Inv: N 1947.

B. A. A. civ. 236 W

01207

Des Grafen Franz Kinsky,

Abhandlung

00

vom Druk der Erde

auf Futtermauern.

Nebst einem Anhang vom Abrollen der Erde, vom

Hrn. Hauptmann v. Zach.

Mit zehn Kupfertafeln und acht Tabellen.

E
Kins

W. Neustadt,
bei Adam und Kompagni

1788.

Ja 1691954

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Altbestand 6156

Vorbericht.

Ad deliberandum, nicht ad docendum wird diese Umarbeitung: Ueber den Druk der Erde auf Futtermauern — blosser Erfolg der Muse — vorgelegt; eine Materie, der's noch an so vielen Daten fehlt, daß, sobald es auf Anwendung der Theorie ankommt, man an ein praeter propter der Sicherheit sich hält.

Von diesem Gesichtspunkte ausgegangen, schlug ich verschiedene Wege ein, die vorkommende Problems aufzulösen — manche frei gestanden, tentando; so gar empirisch, um so von unten auf in's theoretische mich zu schwingen, zugleich die Uebereinstimmung, die Berichtigung des einen gegen das andere aufzusuchen. Daher verschiedene Arten von Auflösungen eines nämlichen Sazes mitangezeigt werden, Eulers Maxime getreu, daß eine jede vollkommen bewiesene Wahr-

heit, in sich selbst eine große Vollkommenheit enthalte — daß man oft zufällig auf Entdekungen fällt; und so hat mich unter andern eine kleine Begebenheit (*) zu dieser Treue noch mehr aufgefordert.

Uebrigens wird nicht in Abrede gestellt, daß nach langwierigen Durcharbeiten langer Formeln, manche daraus gefolgerte Resultate ähnlich, wie jenes ausfallen, daß ein Verfaßer sich nach langem Untersuchen und Beweisen, wohin man die Schildzapfen an der Kanone sezen soll, endlich fand, daß sie dort am beßten angebracht sind, wo man sie wirklich anbringt.

Es dürfte aber unschädlich seyn zu beweisen, daß, was richtig ist, richtig sey, und hiedurch der in jedem Jahrhunderte ehe zu viel, als zu wenig den Enkeln anklebenden Sucht vorzukommen, Entdekungen, Erfahrungen, Anwendungen der Ahnen als lükenvolle, ganz noch im Embrion verhüllte Kentnisse anzusehen; daher man auch Vauban, Belidor, überhaupt die gewöhnliche Bauart ehe hier bekräftiget,

als

(*) Etliche Jahre blieb der §. 16. der ersten Auflage ganz isolirt ausgeführt, bis ich aus diesem auf mehrere nicht gleichgiltige Verhältnisse verfiel, die einige §§. der gegenwärtigen Auflage veranlaßten.

als etwa Kritik und Tadelsucht finden wird. Nur wo dieser Männer Prinzipen und Gebräuche zu bauen übermaßen generalisirt, oder als Bauaxioms angesehen seyn möchten, wird dies zwar nicht entscheidend — nur als eine Frage angedeutet (*). In diesem Sinne wird in dieser Abhandlung, was auf zu stark bauen, und nicht zu stark bauen sich bezieht, auch seinen Plaz finden.

A posteriori muß doch immer ausgegangen werden, sobald's zur Anwendung kommt. Verhältniß der spezifischen Schwere z. B. von Mauer gegen Erde durch $\frac{n}{m}$ ausgedrükt, ist sicher rigor mathematicus. Eben so lassen sich Kohäsionen der Erdtheile, der Mauertheile und s. w. ganz sauber mit Buchstaben in Formeln bezeichnen — a priori aber nicht bestimmen, immer nur aus bekannten Daten a posteriori, sobald's zur Anwendung kommt. Und da mag wohl keine bessere Wahl a posteriori getroffen werden, als

der

(*) Mögen vor so vielen Jahren, in der ersten Auflage der Beiträge vom Druk der Erde auf Futtermauern, in entscheidenden Ton, paar Sentenzen über Belidor und indirecte Vauban publizirt worden seyn: jene sind um so viel Jahre jünger, als die hier erscheinen.

der Gewährsmänner, gleich einem Vauban, der mehr als jemand Festungen baute, ihre Mauersolidität durch achzig geführte Belagerungen beobachtete; und so einen Belidor, und andere Gewährsmänner, die heut zu Tage jenen Gewährsmännern folgen.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

§. 1.

Die Erfahrung lehrt, daß eine frisch aufgehäufte, aber nicht geramte oder mit Faschinen durchzogene Erde, der nichts widersteht, nach verschiedenen Winkeln sich abschiebe. Die Abdachungslinie der gemeinen Erde macht mit dem Horizont einen Winkel von ungefähr 45 Grad, die sandige einen spizigern, die fette aber einen Winkel über 45 Grad.

Man stelle sich vor Fig. 1., es sey die Erde gegen eine Mauer H aufgehäuft, und auf der andern Seite durch eine Fläche BC aufgehalten. Diese Erde ist in dem Raum ABCD gleichsam wie in einen Kasten eingeschlossen, dessen Durchschnitt ein Rechtek ist; nähme man die Fläche BC weg, so würde ein Theil der Erde dergestalt herabsinken, daß nur jene des Dreieks ADC übrig bliebe. Es sey Q die Potenz, so die Fläche BC gegen den Druk der Erde aufhalten soll; so muß die Potenz Q der Potenz des Dreieks ABC gleich seyn, um die Fläche BC wider den Druk der Erde zu stüzen. Tab. I. Fig. 1.

§. 2.

Es wird angenommen, als fiel die Erde so leicht wie ein Körper über eine schiefliegende glatte Fläche ab, ohne die Friktion und den Zusammenhang in AC in Betrachtung zu nehmen. Diese Annahme, so lange die Rede noch vom theoretisiren ist, scheint zwar willkührlich; indem dadurch dem Erdendreiek mehr als die eigentliche Kraft beigelegt wird. Futtermauern aber dürfen eben nicht im Gleichgewicht gebauet werden, daß nur ein Trommelschlag sie, in Vibration gesezt, zusammenwerfen könnte. Und die-

se Verstärkung ist doch genauer, und nicht so willkührlich, als sonst eine, die man in der Theorie per Pausch annähme (*); denn im Fall eines Pauschals würden bei verschiedenen Höhen, die Mauerstärken der ihnen korrespondirenden Erddrüke nicht im nämlichen Verhältniß überwiegen: werden nun Friktion und Zusammenhang der Erde beiseitgesezt, so erhalten die Mauern, gegen den zustark angenommenen Erddruk, bei jeder Höhe im nämlichen Verhältniß ihr Superplus. Wir erhalten also — da die Mauern nicht äquilibriren, überwiegen müssen — durch einen theoretisirtern Weg ein Uebergewicht. Ob aber die Art, nach welcher man den Mauern sonst ein Uebergewicht zu geben pflegt, gehörig sey, davon im §. 8.

§. 3.

Um das Moment der Schwere der Erde, oder besser — wie ich es auch in der Folge nennen werde — das Moment des Druks der Erde zu finden, geh ich zwei Wege: den einen, durch die Eintheilung der Erde in Elemente; und den andern, indem ich die Erde als einen ganzen Körper betrachte.

§. 4.

Aufgabe. Den Druk der Erde gegen eine senkrechte Fläche zu finden.

Tab. I. Fig. 2. **Erste Auflösung.** Da das Dreiek ABC (Fig. 2.) längst der schiefliegenden Fläche AC herabfällt, so kann man es in unendlich kleine Trapezen GP,

---

(*) Anmerkung des Herausgebers. Der Verfasser deutet hier auf die von Belidor angenommene Verstärkung von $\frac{1}{4}$ der gefundenen Mauerdiken, wovon im §. 8. mehr vorkömmt.

GP, OR eintheilen, die nach eben solchen Richtungen OP, QR fallen. Jedes Trapez drükt demnach gegen die Fläche BC in den Punkten P, R, mit der Kraft, mit welcher es auf der schiefliegenden Fläche AC herabsinken will — also mit respektiver Schwere. Betrachtet man, daß diese Kräfte gegen die Fläche BC sich bestreben, sie über den Punkt C zu werfen, so ist die respektive Schwere eines Trapezes OR, multiplizirt mit dem Hebelarm CF, welchen man erhält, wenn CF senkrecht auf die Verlängerung von QR gezogen wird, das Moment eines Trapezes, und die Summe aller Momente, das Moment des Dreieks ABC. Es sey nun der Winkel ACB = Φ; BC = a; BP = x; BR = dx.

Weil Δ ACB $\sim$ Δ PpR; so ist

I: PR (dx) = sin. Φ: Pp = sin. Φdx; und im Δ BPO ist

$$\cos.\Phi : I = BP(x) : OP = \frac{x}{\cos.\Phi}$$

mithin der Innhalt des Trapezes $PQ = \frac{\sin.\Phi x dx}{\cos.\Phi}$.

Dieses Trapez sinkt nun auf einer schiefliegenden Fläche QR, folglich mit einer respektiven Schwere herab, diese zu finden, ist

$$I : \cos.\Phi = \frac{\sin.\Phi x dx}{\cos.\Phi} : \sin.\Phi x dx.$$

Wenn wir nun diese respektive Kraft mit dem korrespondirenden Hebelarm CF multipliziren, so erhalten wir dessen Moment. Es ist aber

I: sin. Φ = PC (a—x): CF = sin. Φ (a—x),

daher $\sin.\Phi^2 x dx (a-x)$ das Moment eines Trapezes, und die Summe aller oder $\int(\sin.\Phi^2(axdx-x^2dx))$

 = sin.

$= \text{sin. } \phi^2 \left(\frac{ax^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right)$. Ist $x = a$, so ist des ganzen Dreieks ABC Druk $= \text{sin. } \phi^2 \left(\frac{a^3}{2} - \frac{a^3}{3} \right) =$

$\frac{a^3 \text{ sin. } \phi^2}{6}$.

§. 5.

Tab. I. Fig. 3. Ist der Winkel $\phi = 45°$, so ist $\text{sin. } \phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$;

mithin der Druk des ganzen Δ ABC $= \frac{a^3}{12}$.

(Fig. 3.)

§. 6.

Anmerkung. Anstatt daß der Winkel ABC gegeben wäre, könnte die Linie AB gegeben seyn, welches geschieht, wenn bei einer anzustellenden Lokalerfahrung die Linie AB gemessen werden muß; in welchem Fall man (Fig. 2.) AB $=$ e und AC $=$ h benennen kann. Es verhalten sich aber h, e und a wie der Sinustotus, Simus, und Kosinus des Winkels ϕ; man darf nur im Ausdruk $\frac{\text{sin. } \phi^2 a^3}{6}$ (§. 4.) diese Buchstaben substituiren, und man erhält diesen Ausdruk $\frac{a^3 e^2}{6h^2}$, und dadurch den Vortheil ohne Sinustafeln zu rechnen, die man ohnehin nicht immer an der Hand haben kann. In der Folge wird sich immer auf diesen §. bezogen, um die beizusezen kommenden algebraischen Ausdrüke dadurch zu rechtfertigen.

Tab. I. Fig. 2.

§. 7.

§. 7.

Zweite Auflösung. Die obige Aufgabe (§. 4.) läßt sich versprochenermaßen (§. 3.) auch dadurch auflösen, daß man die ganze Schwere des Dreieks ABC $= a^2 \sin. \Phi$ im Punkt m (Fig. 4.) vereinigt sich

$$\frac{}{2 \cos. \Phi}$$

vorstellt, und dessen respektive Kraft $\frac{a^2 \sin. \Phi}{2}$ mit dem Hebelarm $CH = \frac{a \sin. \Phi}{3}$ multiplizirt, welches uns $\frac{a^3 \sin. \Phi^2}{6}$ oder nach (§. 6) $\frac{a^3 e^3}{6h^2}$ eben denselben Ausdruk giebt, den wir durch die erste Auflösung (§. 4.) erhielten.

Tab. I. Fig. 4.

§. 8.

Anmerkung. Belidor war der erste, welcher den Druk der Erde aus mathematischen Gründen zu bestimmen suchte. Er theilt das Erdendreiek ebenfalls in Trapezen QP (Fig. 2.) die aber nicht, wie hier als unendlich klein angenommen werden. Er betrachtet nicht jedes Trapez als Körper, die auf einer schiefliegenden Fläche herabfallen, das ist: er sieht nicht auf die respektive Schwere; er nimmt zum Hebelarm eines Trapezes nicht CF, sondern die längere Linie CR. Aus beiden Ursachen mußte er also zu viel Moment den Trapezen beilegen; allein er hilft sich indem er nur die helfte davon nimmt, und rechtfertigt dieses dadurch, daß er die Zähigkeit der Erde — die wir ihren Zusammenhang (Kohäsion) nennen — in Betrachtung ziehe, wodurch sie nicht mit ihrer ganzen Schwere wirken könne. Diese Annahme ist sehr willkührlich, und wär sie ganz

richtig, so folgte nach Belidorn daraus, daß eine diesem Erddruk gleichgemachte Mauer kein Uebergewicht hätte, aus welcher Ursache er die gefundenen Mauerdiken noch um $\frac{1}{4}$ vermehret. Wir wollen izt nach diesen Grundsäzen den Druk berechnen. Der Innhalt eines Trapezes ist $\frac{\text{sin. } \Phi \, x dx}{\cos. \Phi}$; sein Moment $\frac{\text{sin. } \Phi \, x dx}{\cos. \Phi} (a - x)$; und wegen der Zähigkeit der Erde $\frac{\text{sin. } \Phi \, x dx}{2 \cos. \Phi} (a - x)$ dessen Summe $\frac{\text{sin. } \Phi \, a^3}{12 \cos. \Phi}$ (nach §. 4.); und beim Abschiebungswinkel von 45° ist $\frac{a^3}{12}$ (nach §. 5.). Ein Ausdruk, den wir auch durch unsere Theorie (§. 5.) fanden. Da aber diese belidorische Theorie, wie schon viele anmerkten, nicht ganz mit den mechanischen Grundsäzen übereinstimmt, und dadurch doch ein richtiges Resultat erhalten wird, so scheint es nicht überflüßig, hievon die Ursache aufzusuchen.

Es sey der Innhalt eines Trapezes oder auch des ganzen Erdendreieks $= m^2$; so ist dessen respektive Schwere $1 : \cos. \Phi = m^2 : \cos. \Phi \, m^2$. Belidor nimmt also die Schwere um $\cos. \Phi$ zu groß an; ferners ist $CP = (a - x)$ und $CF = \text{sin. } \Phi \, (a - x)$; also der Hebelarm wieder um $\text{sin. } \Phi$ zu groß. Sein Moment ist folglich um $\text{sin. } \Phi \times \cos. \Phi$ zu groß.

Sein Moment ist $m^2 (a - x)$, das unsrige $m^2 (a - x)$ $\text{sin. } \Phi \cos. \Phi$; er theilet seines aber noch wegen der Zähigkeit der Erde mit 2, also $\frac{m^2 (a - x)}{2}$; und wir sagen nun dieses Moment sey beim Abschiebungswinkel

kel von 45° unserm Moment gleich. Denn in diesem Fall ist sin. X cos. $= \frac{\text{sintot}}{2}$; also $m^2 (a-x)$ sin. Φ X cos. $\Phi = \frac{m^2(a-x)}{2}$. Man bemerke demnach, daß blos durch einen Zufall wir mit Belidorn zusammentreffen (*), und daß im Grunde lezterer den Zusammenhang der Erde, obschon er's sagt, doch noch nicht in Betrachtung gezogen; indem seine Annahme der halben Schwere nichts als die zwei eben genannte mechanische Irrungen kompensiret: oder will man lieber, so hat er den Zusammenhang der Erde in Betrachtung gezogen; der Erde aber dadurch zu viel Moment beigelegt, da er auf die respektive Schwere nicht gesehen, und einen zu langen Hebelarm angenommen hat. Er hätte also nicht nöthig gehabt, den seinem Erddruk proportionirten Mauern noch eine Verstärkung von $\frac{1}{4}$ Dike beizusezen; es seye dann, daß man denken wollte, die Mauern wären samt dem, daß der Erddruk zu stark angenommen worden, doch noch in der Praxis zu wenig übergewichtig, worüber

(*) Anmerkung des Herausgebers. Wunderbar ist es, daß mehrere Schriftsteller auf verschiedenen Wegen eben dies Resultat erhalten Z. B. Couplet in den Memoires de l'academie de Paris vom Jahr 1726, findet für den Erdendruk auch $\frac{2^3}{12}$. Er giebt zum Verhältniß von BC : AB $= \sqrt[12]{8}$: 1 an (Fig. 5.); denkt die ganze Schwere im Schwerpunkte I beisam, giebt ihm die Richtung IH und den Hebelarm HC. Die Willkührlichkeit und mechanische Unrichtigkeit davon, wird man, wenn man die Gründe des Verfaßers gelesen, leicht einsehen, und daß das Fazit mit des leztern gründlichem Kalkül übereinstimmt, rührt theils von der Annahme des Verhältnisses $\sqrt[16]{8}$: 1, theils von einigen sich wechselweis hebenden Fehlern her, welche zu rügen, der Raum nicht gestattet.

sich aber Belidor nicht erklärt. Ueber diesen Punkt der Uebergewichtigkeit werden wir mehr sagen; hier wird blos theoretisirt, und es ist genug gethan, aufgedekt zu haben, um was der Erddruk zu groß angenomen worden, und zwar: wird eine diesem Erddendruk $\frac{a^3}{12}$ proportionirte Mauer, den wahren Erdendruk so viel überwiegen, als Zusammenhang und Friktion gedachten Druk $\frac{a^3}{12}$ vermindern. (*)

§. 9.

(*) Anmerkung des Herausgebers. Der Verfasser verläßt bei dieser interessanten Materie seine Leser, und obschon er sie im folgenden 109 §. mit eben der Scharfsichtigkeit fortführt, so deuke ich doch, jeder hätte sie lieber hier gesehen: diesen genugzuthun mache ich folgende Erinnerungen. Es ist schwer den Zusammenhang, der von der Gattung des Erdreichs, Dichtigkeit, Rauhigkeit u. s. w. desselben abhängt, zu bestimmen; und wär es auch möglich all diese Umstände in Rechnung zu bringen, so fände man erst genau äquilibrirende Mauern; allein in der Praxis müssen sie überwiegen. Nun entsteht eine andere Schwierigkeit, um wie viel müssen sie überwiegen? Gesezt, der Zusammenhang wäre mit Belidorn $\frac{1}{2}$ der Schwere, so wäre der Druk statt $\frac{a^3}{12}$ nun $\frac{a^3}{24}$. Die dazu gefundene Mauerdike ist aber praktisch zu schwach, wir haben also nichts gewonnen. Der Verfasser abstrahirt am Ende ganz vom Zusammenhang und Friktion, und sagt: wir wissen, daß wir eine zu starke Mauer erhalten — wie sie auch wirklich stärker seyn müssen —; dadurch erhalten wir aber wenigstens bei jeder Höhe im nämlichen Verhältniß zu starke Mauern; ob aber die Verstärkung nicht zu groß oder noch zu klein sey, das muß die Erfahrung zeigen, und beruft sich auf den größten Praktiker, auf Vauban. Wenn der Verfasser die Aufgabe nicht vollständig auflöst, so liegt die Schuld in der Aufgabe selbst, die sich, wie so viele mechanische Säze, nicht auflösen läßt. Verdienst genug, daß er uns über die Materie den klärsten Begrif giebt, und für die Praxis vollständig Genüge leistet.

§. 9.

Lehrsaz. Die Druke verschiedener Gattungen Erde verhalten sich bei gleichen Höhen, wie die Quadrate der Sinusse der Abschiebungswinkel.

Beweis. Es seyen die zwei verschiedenen Winkel, unter welchen sich die Erden abschieben Φ und π, so sind ihre Drüke vermög (§. 4.) $\frac{\text{sin. } \Phi^2 \, a^3}{6}$ und $\frac{\text{sin. } \pi^2 \, a^3}{6}$; folglich $\text{sin. } \Phi^2 : \text{sin. } \pi^2$.

§. 10.

Zusaz. Wenn $\Phi = 45°$ ist, so ist $\text{sin. } \Phi^2 = \frac{1}{2}$; also in diesem Falle $\frac{1}{2} : \text{sin. } \pi^2 = 1 : 2 \text{ sin. } \pi^2$, das ist: Der Druk einer Erde unter dem Abschiebungswinkel von 45° verhält sich zum Druk einer jeden andern Erde, wie der Sinustotus zum doppelten Quadrate des Sinus vom Winkel ACB (Fig. 2.), oder wie das doppelte Quadrat des Kosinus des Abschiebungswinkels. Tab. I. Fig. 2.

§. 11.

Lehrsaz. Die Erddruke bei der nämlichen Erde verhalten sich die Kubi der Höhen. Denn der Erddruk einer gegebenen Höhe $BC = a$ (Fig. 6.) ist $\frac{\text{sin. } \Phi^2 \, a^3}{6}$ (§. 4). Es sey eine andere Höhe $BD = b$, so ist der Druk des Dreieks $BED = \frac{\text{sin. } \Phi^2 \, b^3}{6}$ folglich vermög der Aehnlichkeit der Dreieke ABC und BCD ist $\frac{\text{sin. } \Phi^2 \, a^3}{6} : \frac{\text{sin. } \Phi^2 \, b^3}{6} = a^3 : b^3$. Tab. I. Fig. 6.

An-

§. 12.

Anmerkung. Belidor deutet die Potenz des Erdendruks allgemein durch bf an. Den Werth von bf zu finden (*) bedient er sich der Summenberechnung einer aus zwo arithmetischen Reihen, auf eine gewiße Art entstandenen Reihe. Er betrachtet jene Erde, welche die Abdachung in einem Winkel von 45° mit dem Horizont macht; die Höhe BC (Fig. 3.), die er von 15 Schuh annimmt, theilet er in 15 Theile, nach seinem angenommenen Saz: die Höhe in so viele Theile zu theilen, als sie Schuhe hat. Das Dreiek nennt er b. Das Trapez GP ist dreimal so groß, als das Dreiek HBG; so wird das Trapez GP = 3b, und die übrigen Trapezen werden durch die Differenzen der Quadraten der natürlichen Zahlen ausgedrükt, wodurch folgende Progreßion entsteht b, 3b, 5b, 7b, 9b, 11b, 13b, 15b, 17b 19b, 21b, 23b, u. s. w.

Nun stellet er sich vor, daß eine durch b ausgedrükte Potenz am Ende B des Hebelarms BC, eine andere durch 3b ausgedrükte Potenz am Ende H des Hebelarms CH wirkt u. s. w.; folglich daß so viele Hebelarme eine arithmetische Progreßion der natürlichen Zahlen ausdrüken, wovon das erste Glied der Hebelarm CK seyn wird. Darauf sezt er jeden Hebelarm unter seine korrespondirende Potenz; da entstehn folgende Reihen:

b, 3b, 5b, 7b, 9b, 11b, 13b u. s. w.
7, 6, 5, 4, 3, 2, 1

Es wird ein jedes Glied der obern Progreßion mit dem untern multiplizirt, und die Produkte addirt.

Nun wollen wir den kürzern Weg suchen, die aus jenen zwo Progreßionen entstandenen Glieder zu sum-

(*) Man sehe Belidors Ingenieur Wissenschaft B. 1. §. 32.

summiren, da nämlich BC in 15 Theile getheilt wird; obwohl wir — wenn BC in unendlich viele und unendlich kleine Theile getheilt wäre — jene Summe mit gröſter mathematiſcher Schärfe, und viel weniger Mühe, als Belidor bestimmt haben.

§. 13.

Aufgabe. Die Summe der aus zwo folgenden arithmetiſchen Progreßionen

b, 3b, 5b, 7b, 9b, 11b, 13b, 15b, 17b, 19b, 21b, u. ſ. w.
11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1,

auf obbesagte Art entſtandenen Glieder, auf eine allgemeine Art zu finden, da nämlich das erste Glied der obern Reihe mit dem ersten Glied der untern multiplizirt wird; das zweite mit dem zweiten u. ſ. w. woraus eine neue Reihe entsteht, welche summirt werden soll.

Auflösung. Jedes Glied der obern Progreßion drukt $(2x-1)b$ allgemein aus, wenn x die Stelle des Gliedes bedeutet.

Jedes Glied der untern Reihe wird allgemein durch $n - x + 1$ ausgedrükt, wenn n die Zahl der Glieder und x die Stelle des Gliedes, welches man sucht, bedeutet.

Vermög Bedingniß soll jedes Glied der obern Progreßion durch das gerade unter selben stehende multiplizirt werden, das Produkt ist $= x(3+2n) - 2x^2 - n - 1$. Nun die Summe aller weniger 1 ist $(-1 . n) = -n$. Die Summe von allen $-n$ ist $= -n . n$. Die Summe aller $-2x^2$ ist $= -\frac{2n^3}{3} - n^2 - \frac{n}{3}$. Die Summe aller $x(3+2n)$

=

$= (3+2n)\left(\frac{n^2}{2}+\frac{n}{3}\right)$; also ist die Summe aller aus den zwo arithmetischen Progreßionen entstandenen Glieder $= b\left(\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}\right)$.

Wenn man b in allen Gliedern der obern Progreßion wegläßt; so hat man folgendes Theorem: Die Summe aller auf obige Art entstandenen Glieder, ist die Summe der Quadrate der natürlichen Zahlen, welche in der untern Reihe vorkommen.

Denn $\left(\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}\right)$ ist wie bekannt, die Summe solcher Quadraten. Z. B. 1, 3, 5 erhält man $3+6+5=14$; und $3^2+2^2+1^2$ ist auch $=14$.

Es sey $n=15$ nämlich die Zahl der von Belidor angenommenen Glieder; so ist $b\left(\frac{15^3}{3}+\frac{15^2}{2}+\frac{15}{6}\right)$ $=1240\ b=$ der gesuchten Summe; welche im Belidor auch vorkommt.

§. 14.

Anmerkung. $\sin.\Phi^2\ xdx(a-x)$ ist im Fall der ersten Aufgabe, der Ausdruk eines jeden mit dem korrespondirenden Hebelarm multiplizirten Trapezes.

Man differenzire $\sin.\Phi^2\ xdx\ (a-x)$; betrachte aber x als gleich zunehmend, dx als eine beständige Grösse; so erhält man $\sin.\Phi^2\ adx^2 - 2\sin.\Phi^2\ xdx^2$. Wird dieses Differenziale $=0$ gesezt, so zeigt der daraus gezogene Werth von x jenes Trapez an, welches mit seinem Hebelarm das grösste Produkt giebt:

also $\sin. \Phi^2 \, dxdx - 2 \sin. \Phi^2 \, xdxdx = 0$; mithin $a - 2x = 0$ endlich $\frac{a}{2} = x$. Folglich ist das stärkste Trapez in der Mitte. Daß dieser Ausdruk wirklich ein Maximum sey, zeigt das zweite Differenzial, welches negativ wird.

§. 15.

Anmerkung. Will man zwei Trapezen finden, welche mit ihren Perpendikulären multiplizirt, gleiche Produkte geben, so seze man die eine Abscisse $= x$, die andere $= z$, so wird nun $\sin. \Phi^2 \, axdx -$

$\sin. \Phi^2 \, x^2 dx = \sin. \Phi^2 \, azdz - \sin. \Phi^2 \, z^2 dz$;

und weil $dx = dz$, so bleibt $ax - x^2 = az - z^2$,

folglich $x - \frac{a}{2} = \mp z \pm \frac{a}{2}$. Nimmt man die obern Zeichen, so wird $x = z$, das ist: zwei Trapezen am nämlichen Ort sind gleich stark, welches sich von selbst verstünde. Nimmt man die untern Zeichen, so wird $z = a - x$. Also sind die Kräfte jener Trapezen, welche von beiden Mauerenden, oder vom Mittelpunkte der Mauerhöhe gleichweit entfernt sind, einander gleich. Dies ist leicht einzusehen; es sollen in den Punkten **A** und **D** (Fig. 7. Tab. I.) die gleich starken Trapezen liegen, also $AB = x$, $BD = z$. Nun fanden wir $BD = z = a - x$ und da $BC = a$, so ist $BC - BD = DC$, das ist $a - a + x = x = DC$.

§. 16.

Anmerkung. $dx\left(\frac{ax - xx}{2}\right)$ drükt das Produkt jedes Trapezes mit seinem korrespondirenden Hebelarm aus (§. 5.), in dem Fall nämlich, wenn die

Mauer-

Mauerhöhe CB der Linie AB (Fig. 3. Tab. 1.) gleich ist: das ist, wenn die Erde unter einem Winkel von 45° abrollet. Oder der allgemeine Ausdruk ist dx sin. Φ^2 (ax — xx) (§. 4.). (*)

Allein sin. Φ^2 (ax — xx) ist eine Gleichung zur Ellipse; daher verhält sich die Kraft der Trapezen, wie die Quadrate der korrespondirenden Semiordinaten einer halben Ellipse, welche auf die Mauerhöhe BC (Tab. 1. Fig. 8.) beschrieben wurde. Um also die Summe aller Kräften dieser Trapezen zu finden, ist nur nöthig die Summe von den Quadraten aller Semiordinaten mit dx zu multipliziren; folglich wird die Wirkung aller Trapezen ausgedrükt, durch die abgehauenen Theile eines Körpers, welcher entsteht, wenn man die beschriebene halbe Ellipse wasserrecht hebet, also zwar; daß der Mittelpunkt von der Achse senkrecht so lang aufsteige, bis solcher eine mit der halben

---

(*) Anmerkung des Herausgebers. Sin. $\Phi^2(ax - x^2)$ ist die Gleichung für eine Ellipse, wo a ihre ganze erste Achse, und sin. Φ^2 gleich dem Quadrat der ersten Achse, dividirt durch das Quadrat der zweiten ist; heißen wir die leztere z, so ist sin. $\Phi^2 = \frac{z^2}{a^2}$; daraus $z^2 =$ sin. Φ^2 a^2 und $z =$ sin. Φ a. Für den Parameter ist a : sin. Φ a = sin. Φ a : p = sin. Φ^2 a. Also im Falle gemeiner Erde oder beim Winkel von 45° ist die Gleichung $\frac{ax - x^2}{2}$ eine Gleichung zur Ellipse, wo die erste Achse CB (Fig. 10.) = a; der Parameter sin. $\varphi^2 = \frac{a}{2}$; die zweite Achse ED aber = sin. φ a = $\frac{a}{\sqrt{2}}$ ist.

den Achse gleiche Höhe erreiche, damit ein Viereck beschrieben werde; ferner daß jede Semiordinate IH eben so hoch gehoben werde, als sie lang ist. Betrachten wir dies als eine mathematische Unterhaltung etwas genauer. Es sey (Tab. I. Fig. 9.) CGB die Ellipse, von der jede Ordinate AG, IK, OM senkrecht in DE, FH, LN, also wäre gehoben worden, daß ADEG, IFHK, OLNM, Quadrate sind. So entsteht ein Körper, welcher von zwoen ebenen und zwoen konveren Flächen eingeschlossen ist. Die zwo ebenen sind vermög Voraussezung zwo ähnliche und gleiche Ellipsen BGKMCB und CLFDBC die konveren Flächen sind BEHNCMKGB und BDFLC NHEB, welche einander gleich sind, worüber folgender Beweis:

Der Innhalt dieses Körpers ist der Summe gleer Quadrate FIKH gleich; folglich $\int (dx \text{ sin. } \Phi^2 (ax - xx)) = \frac{a^3 \text{ sin. } \Phi^2}{6}$. Wenn wir uns jedes Quadrat mit der Diagonal AE, IH, ON getheilt vorstellen, so würde man diese in einer und derselben Ebene liegend finden. Denn die Winkel EAG, HIK, NOM sind gleich, und AE mit IH und ON parallel; folglich kann man den ganzen Körper mit einer ebenen Fläche BEHNCOIAB in zwei gleiche Theile schneiden.

Nun wollen wir die Linie BEHNC untersuchen. Es sey der Anfangspunkt in C; die Abscisse $CI = x$; die Ordinate $IH = z$. Allein $\overline{IH}^2 = 2\overline{IK}^2 = 2 \text{ sin. } \Phi^2 (ax - xx) = z^2$, die Gleichung zur Ellipse, deren eine Achse $= a$; die andere $= a \text{ sin. } \Phi \sqrt{2}$ und der Parameter $= 2a \text{ sin. } \Phi^2$. Im Fall der gemeinen Erde ist die zweite Achse $= a$; damals also ist die Fläche CNHEBAC ein Zirkel. Bei

je-

jedem andern Abschiebungswinkel aber sieht man, daß der halbe Körper BGKMCOIABEHNC die Klaue eines elliptischen Zylinders sey, welcher zur Grundfläche eine Ellipse hat, deren eine Achse BC = a und die andere DE = a sin. Φ, derer Helfte auch der Höhe der Klaue EG gleich ist; das ist: GE = $\frac{a \sin. \Phi}{2}$. Ich sage, daß AE die halbe andere aber nicht die halbe zweite Achse sey; denn AE = $\frac{a\sqrt{2} \sin. \Phi}{2} = \frac{a \sin. \Phi}{\sqrt{2}}$; weil die ganze Achse = $a\sqrt{2} \sin. \Phi$ ist. Sie kann aber sowohl die erste und größere, als die zweite und kleinere seyn. Denn im Fall der gemeinen Erde ist AE = $\frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}}{2} = \frac{a}{2}$; ist nun sin. $\Phi < \sqrt{\frac{1}{2}}$, so ist auch auch der Ausdruk a sin. $\Phi < \frac{a}{2}$; folglich 2AE < CB; folglich CB die erste und 2AE die zweite Achse. Ist aber sin. $\Phi > \sqrt{\frac{1}{2}}$; so ist auch $\frac{a \sin. \Phi}{\sqrt{2}} > \frac{a}{2}$, also 2AE > CB, mithin 2AE die erste und CB die zweite Achse.

§. 17.

Anmerkung. Durch die Auflösung der ersten Aufgabe haben wir den allgemeinen Ausdruk des Werths vom Druk der Erde gefunden: izt wollen wir Theorien suchen, nach welchen die Futtermauern der Terraßen, Wälle u. s. w. aufzuführen wären. Bevor aber folgende Betrachtungen:

Erstens. Anfänglich wollen wir die Mauern betrachten, als ob sie auf einer vollkommen festen Grund-

Grundfläche stünden, dergestalt, daß wenn solche von einer Potenz gestossen oder gezogen würden, sie sich auf ihren Grund neigen könnten, wie z. B. ein Würfel auf einem Tisch. Dabei nimmt man nichts an, was sich ereignen könnte, z. B. bei Brükenpfeilern, und bei auf Pfählen aufgeführten Mauern, welche auf einem Rost stehen, der ihnen zur Grundfläche dienet; in welchem Fall die Mauern nur von der Anziehung an, bis hinaus zu betrachten sind. Ob sich's und was sich ereignet, und eben so von Nebenbetrachtungen weiter an seinem Ort (§. 109.).

Zweitens. Stelle man sich die Mauern vor, als ob sie aus einem Stük bestünden, so zwar, daß sie um den untersten Punkt C (Tab. I. Fig. II.) überworfen werden könnten; denn gegen die Mauerhöhe GE drükt das Dreiek GFE, und wäre die Mauer GBHE diesem Drük nicht gewachsen, so würde sie in EH abbrechen, und über den Punkt H geworfen. Dieses läßt sich von jedem Punkt in der Mauerhöhe sagen. Nun drükt aber auf den Punkt D die ganze Last AGD; ist also die Mauer in D stark genug, so ist sie in jedem andern überwiegend stark. Denn man sieht leicht ein, daß wenn die Mauer in jedem Punkt ihrer Höhe dem zugehörigen Druk gleich seyn solle, die Mauerdike in G $= \frac{I}{\infty}$ wird, weil im obersten Punkt G das drükende Dreiek FGE unendlich klein wird; folglich um das Gleichgewicht zu erhalten, wäre nicht nöthig, die obere Mauerdike der untern gleich stark zu machen. Daraus folgt, daß wenn man unten der Mauer eine Dike CD giebt, welche dem Druk AGD widerstehen kann, jeder andere Ort der Mauer z. B. HE um so mehr seinem Druk FGE widerstehen wird; welche Annahme man auch in der Folge gerechtfertigt findet.

Drittens: Kann man den Durchschnitt einer Mauer ansehen, als ob er einen unendlich kleinen Theil der Mauer vorstellte; denn eine Mauer besteht

aus unendlich vielen ebenen Flächen, die auf den Horizont senkrecht stehen, und eine unendlich kleine Länge haben.

Viertens. Weil dem korrespondirenden Erdendruk die Mauer das Gleichgewicht halten soll, und beide Flächen von ungleichartiger Materie sind, so laßen sie sich auf einander reduziren, wenn man von jeder ihre spezifische Schwere kennt. Es sey die Schwere einer Kubikklafter Mauer zu jener der Erde, wie m : n, so ist das ganze Moment des Erddruks $\frac{\text{sin. } \Phi^2 \text{ n a}^3}{\text{m}}$.

Wäre n : m = 2 : 3, so ist $\frac{\text{sin. } \Phi^2 \text{ a}^3 \text{ n}}{6\text{m}} = \frac{2\text{sin. } \Phi^2 \text{ a}^3}{3.6} =$ $\frac{\text{sin. } \Phi^2 \text{ a}^3}{9}$. Ist der Abschiebungswinkel von 45°, der Fall der gemeinen Erde, so ist $\text{sin. } \Phi^2 = \frac{1}{2}$; folglich $\frac{\text{sin. } \Phi^2 \text{ a}^3 \text{ n}}{6\text{m}} = \frac{\text{a}^3}{18}$. Will man statt dem trigonometrischen Ausdruk $\frac{\text{sin. } \Phi^2 \text{ a}^3 \text{ n}}{6\text{m}}$ einen algebraischen haben, so ist nach (§. 6.) dieser Ausdruk $= \frac{\text{a}^3 \text{ e}^2 \text{ n}}{6\text{h}^2\text{m}} =$ $\frac{2\text{a}^3 \text{ e}^2}{6.3\text{h}^2} = \frac{\text{a}^3 \text{ e}^2}{9\text{h}^2}$.

§. 18.

Aufgabe. Die Dike einer Mauer zu finden, welche auf der vordern und hintern Seite bleirecht aufgeführet ist, wenn sie einer Potenz $\frac{\text{a}^3 \text{ n sin. } \Phi^2}{6\text{m}}$ das Gleichgewicht halten soll.

Auf-

Auflösung. Es ist gleichgültig, ob die Potenz P (Fig 12. Tab. 2.) von K nach A drüke um die Mauer umzustürzen, oder von B nach H ziehe, daher ist das Gewicht $I = \frac{a^3 \text{ sin. } \Phi^2 n}{6m}$ (§. 17.) Man betrachte, daß nach gefundenem Schwerpunkt O des Rechteks ABCD, dessen ganzer Innhalt in dem Gewicht G zusammengebracht, nach OEG in G hänge, so ist $CE = \frac{1}{2}$ CD die Entfernung oder der Hebelarm der Last G. Es sind also BC und CE anzusehen, als zween Arme eines gebrochenen Hebels BCE, dessen Ruhepunkt in C ist.

Es sey die Mauerhöhe BC = a; das Moment des Gewichts $I = \frac{a^3 \text{ sin. } \Phi^2 n}{6m}$; die Linie BA (die Dike der Mauer, welche gesucht wird) = y; G (der Innhalt des Rechteks) = ay; daher $\frac{a^3 \text{ sin. } \Phi^2 n}{6m} =$ $ay \times \frac{y}{2}$; folglich $y = a \text{ sin. } \Phi \sqrt{\frac{n}{3m}}$ oder algebraisch nach (§. 6.) $= \frac{ae}{h}\sqrt{\frac{n}{3m}}$.

§. 19.

Zusaz. Wenn der Abschiebungswinkel von 45° ist, und das Verhältniß des Mauerwerks zur Erde $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$ angenommen wird, so ist $\text{sin. } \Phi = \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$. und nun wird $y = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{3 \cdot 3}} = \frac{a}{3}$.

§. 20.

Zusaz. Die Mauerdiken verhalten sich bei rechtekigten Mauern und bei nämlichen Abschiebungswinkel, wie ihre Höhen. Denn bei einer andern Höhe b, ist die Mauerdike $z = b \sin. \Phi \sqrt{\frac{n}{3m}}$, also $y : z = a \sin. \Phi \sqrt{\frac{n}{3m}} : b \sin. \Phi \sqrt{\frac{n}{3m}} = a : b.$

§. 21.

Zusaz. Die Mauerdiken zweier gleich hohen rechtekigten Mauern, welche verschiedenen Erdgattungen das Gleichgewicht halten sollen, verhalten sich wie die Sinusse der Abschiebungswinkel. Denn bei einem andern Abschiebungswinkel π ist $z = a \sin. \pi \sqrt{\frac{n}{3m}}$ also $y : z \sin. \Phi\ a \sqrt{\frac{n}{3m}}$ $\sin. \pi\ a \sqrt{\frac{n}{3m}} \sin. \Phi : \sin. \pi$ (§. 19.)

§. 22.

Wenn $\Phi = 45°$, so ist $\sin. \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, also $y : z = \frac{1}{\sqrt{2}} : \sin. \pi = 1 : \sin. \pi \sqrt{2}$, folglich $z = y \sin. \pi \sqrt{2}$.

§. 23.

Aufgabe. Wider den dreiekigten Durchschnitt der Mauer ABC (Fig. 13. Tab. 2.), dessen Ruhepunkt in A ist, wirkt die Potenz nach der Richtung von K nach B, man sucht ihre untere

Mauer-

Mauerdike AC, damit die Mauer der Potenz das Gleichgewicht halten könne.

Auflösung. Es sey die Linie AD gleich der Mauerhöhe BC = a. Die Grundlinie CA = y; so erhält man für das Gewicht G, welches den Inhalt des Dreieks ABC vorstellt, den Ausdrut $\frac{ay}{2}$. Der Hebelarm ist $AE = \frac{2}{3}y$. Daher ist (§. 17.) $\frac{a^3 n \sin.\Phi^2}{6m}$ $= \frac{ay}{2} \times \frac{2y}{3}$; folglich $y = \sin.\Phi\, a \sqrt{\frac{n}{2m}} = a \sin\Phi \sqrt{\frac{1}{3}}$, oder algebraisch nach (§. 6.) $\frac{ae}{h}\sqrt{\frac{1}{3}}$; beim Abschiebungswinkel von 45° wird $y = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{6}} = \frac{a}{\sqrt{6}}$.

§. 24.

Zusaz. Bei gleichen Abschiebungswinkeln verhalten sich die Mauerdiken der dreiekigten Mauern, wie die Höhen; denn bei einer andern Mauerhöhe b ist ihre Dike $z = b \sin.\Phi \sqrt{\frac{1}{3}}$ also y: $z = a \sin.\Phi \sqrt{\frac{1}{3}} : b \sin.\Phi \sqrt{\frac{1}{3}} = a : b$.

§. 25.

Zusaz. Die Mauerdiken zweier gleichhohen dreiekigten Mauern, die dem Druke verschiedener Erdgattungen widerstehen, verhalten sich, wie

die Sinusse der Abschiebungswinkel; denn aus (§. 23.) ist $y = a \sin. \Phi \sqrt{\frac{n}{2m}}$; und beim Abschiebungswinkel π ist $z = a \sin. \pi \sqrt{\frac{n}{2m}}$; also $y : z = a \sin. \Phi \sqrt{\frac{n}{2m}} : a \sin. \pi \sqrt{\frac{n}{2m}} = \sin. \Phi : \sin. \pi$; und ist $\Phi = 45°$, so ist $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, folglich $y : z = \frac{1}{\sqrt{2}} : \sin. \pi = 1 : \sin. \pi \sqrt{2}$, also $z = y \sin. \pi \sqrt{2}$.

§. 26.

Zusaz. Für die Mauerdike des Rechteks haben wir $y = a \sin. \Phi \sqrt{\frac{n}{2m}}$, und für die Mauerdike des Dreieks $y = a \sin. \Phi \sqrt{\frac{n}{3m}}$ gefunden. Also verhalten sich diese beide bei einerlei Höhe wie $\frac{a \sin. \Phi \sqrt{n}}{\sqrt{3}\ \sqrt{m}}$

$\frac{a \sin. \Phi \sqrt{n}}{\sqrt{2}\ \sqrt{m}} = \frac{1}{\sqrt{3}} : \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} : \sqrt{3}$; folglich verhalten sich die Innhalte des rechtekigten und dreiekigten Durchschnittes, wie $\sqrt{2} : \frac{1}{2}\sqrt{3}$ oder $2\sqrt{2} : \sqrt{3}$. Allein $2\sqrt{2} > \sqrt{3}$; denn $4 . 2 > 3$ das ist $8 > 3$. Beim Abschiebungswinkel von $45°$ und wenn $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$, findet man $\frac{2}{3}$ für die rechtekigte Mauerdike und $\frac{2}{\sqrt{6}}$ für die dreiekigte, deren Innhalte wie $\frac{a^2}{3} : \frac{a^2}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} : \frac{1}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} =$

2

$2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} : \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{2} : \sqrt{3}$, was auch durch den allgemeinen Ausdruk gefunden worden.

§. 27.

Anmerkung. Dreiekigt aufgeführte Mauern wären besonders beim Festungsbau anderer Betrachtungen wegen zwekwidrig, und auf beiden Seiten bleirecht aufgeführte kostspielig; diese zwo Betrachtungen führen auf die Untersuchung der Theorie des Mauerrechts.

§. 28.

Aufgabe. Die obere Dike einer Mauer zu finden, welche auf der einen Seite bleirecht, auf der andern aber mit einer Abdachung aufgeführt ist, damit sie durch ihren Widerstand mit dem Druk der Erde, der sie umzustürzen trachtet, im Gleichgewicht sey.

Auflösung. Das Dreiek CGB (Fig. 14. Tab. 2.) ist bekannt, weil ein Theil der Mauerhöhe für dessen Grundlinie GC, das ist, für das Mauerrecht genommen wird; folglich entsteht nur die Frage um die Größe des Theils AD oder FG.

Es sey $AD = y$; die Mauerhöhe $BC = a$; das Mauerrecht $CG = d$; folglich das Gewicht $M = ay$, und das Gewicht $N = \frac{ad}{2}$. Der Hebelarm $CE = \frac{2d}{3}$, der Hebelarm $CL = CG + GL = \frac{d+y}{2}$. Also die Momente beider Gewichte $ay\left(d + \frac{y}{2}\right) + \frac{ad}{2} \cdot \frac{2d}{3} = \frac{ay^2 + 2ady}{2} + \frac{ad^2}{3}$, welche dem Er-

dendruk $\frac{\text{sin. } \Phi^2 a^3 n}{6m}$ (§. 17) das Gleichgewicht hal-

ten sollen. Also $\frac{ay^2 + 2ady}{2} + \frac{ad^2}{3} = \frac{\text{sin. } \Phi^2 a\ n.}{6m}$

Daraus $y = \sqrt{\left(\frac{a^2 \text{ sin. } \Phi^2 n}{3m} + \frac{d^2}{3}\right)} - d$, oder

nach (§. 6.) $y = \sqrt{\left(\frac{a^2 e^2 n}{3h^2 m} + \frac{d^2}{3}\right)} - d.$

§. 29.

Zusaz. Beim Abschiebungswinkel von 45° und wenn $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$, so wird $y = \sqrt{\left(\frac{a^2}{9} + \frac{d^2}{3}\right)} - d$,

und $y + d = \sqrt{\frac{a^2}{9} + \frac{d^2}{3}}$ = CF die untere Mauer-

dike. Da d allemal ein Theil der Höhe ist, so sey d $= \frac{a}{q}$; folglich läßt sich auch y folgendermassen aus-

drüken; $y = a\sqrt{\left(\frac{\text{sin. } \Phi^2 n}{3m} + \frac{1}{3q^2}\right)} - \frac{1}{q}$;

oder beim Winkel von 45°, und wenn $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$ ist,

so wird $y = a\left(\sqrt{\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3q} - \frac{1}{q}\right)}\right)$ und CF

$= a\sqrt{\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3q^2}\right)}$. Nach dieser Formel ist die

erste Tabelle berechnet worden; wo man für jede

Mauer-

Mauerhöhe und Mauerrecht die zu stimmenden Diken ersehen kann. Anmerken müssen wir hier, welches für alle vorkommende Tabellen gilt, daß die Formeln, nach welchen selbe berechnet worden, oben angesezt sind, nur das, was hier a genennt worden, daselbst mit x als eine veränderliche Grösse angesezt worden. So heißt allemal, was hier im Kontext mit d bezeichnet worden, an den Tafeln allemal $\frac{x}{n}$. In der ersten Tafel haben wir auch statt $q = n$ gesezt.

§. 30.

Zusaz. Die Mauerdiken einer hinten bleirechten und vorne mit einem Mauerrecht versehenen Mauer, verhalten sich bei nämlichen Gestein — *caeteris paribus* — wie die Höhen. Denn bei der Höhe a ist die Mauerdike $y = V\left(\frac{a^2 \sin.\Phi^2 n}{3m} + \frac{d^2}{3}\right) - d$ (§. 28.) oder wenn $d = \frac{a}{q}$, so ist $y = a\left(V\left(\frac{\sin.\Phi^2 n}{3m} + \frac{1}{3q^2}\right) - \frac{1}{q}\right)$ (§. 29.); und bei der Höhe b ist die Mauerdike $z = b\left(V\left(\frac{\sin.\Phi^2 n}{3m} + \frac{1}{3q^2}\right) - \frac{1}{q}\right)$ also $y : z = a\left(V\left(\frac{\sin.\Phi^2 n}{3m} + \frac{1}{3q^2}\right) - \frac{1}{q}\right) : b\left(V\left(\frac{\sin.\Phi^2 n}{3m} + \frac{1}{3q^2}\right) - \frac{1}{q}\right) = a : b.$

§. 31.

Zusaz. Daraus folgt, daß wenn man für eine Höhe AD, der Linie DE (Fig. 15. Tab. 2.) die nöthige Mauerdike giebt, und die Linie AE unbestimmt zieht, man ein Generalprofil oder eine Skale erhalte, worin jede höher oder tiefer liegende Linie FG oder BC die Mauerdiken zu den Höhen AB oder AF geben.

§. 32.

Anmerkung. In der Kriegsbaukunst wird für das Mauerrecht d allezeit ein Theil der Mauerhöhe genommen; ist $d = \frac{a}{5}$, so ist bei einem Abschießungswinkel von 45°, $y = \sqrt{\left(\frac{a^2}{9} + \frac{a^2}{3.25}\right)} - \frac{a}{5} = \frac{4a}{25}$; ist $d = \frac{a}{7}$; so ist $y = \frac{a}{5}$ u. s. w.

§. 33.

Aufgabe. Das Mauerrecht CG (Fig. 14. Tab. 2.) einer Mauer ADCF, deren Höhe BC und Dike BA bekannt sind, zu finden; damit sie der Potenz, welche von A nach B drükt, oder von B nach K zieht, das Gleichgewicht halte.

Auflösung. Es sey $AD = c$; $AF = a$, $CG = y$, so erhält man nach (§. 28.) (wo man nur d in y und y in c verwandeln darf) $\frac{ac^2 + 2ayc + ay^2}{2} = \frac{\sin.\Phi^2 a^3 n}{6m}$; daraus $y = \sqrt{\left(\frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{2m} + \frac{3c^2}{4}\right)}$

$-\frac{3c}{2}$ oder nach (§. 6.) $y = V\left(\frac{a^2 e^2 n}{2h^2 m} + \frac{3c^2}{4}\right) - \frac{3c}{2}$.

§. 34.

Zusaz. Beim Abschiebungswinkel von 45° und wenn $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$, wird $y = V\left(\frac{a^2}{6} + \frac{3c^2}{4}\right) - \frac{3c}{2}$.

§. 35.

Anmerkung. Diese Aufgabe kann dienen, wenn eine Mauer aus dem Bleischuß gekommen, oder durch einen Kavalier, Gebäude u. s. w. die Last vermehrt wird; folglich man die Mauer verstärken soll.

§. 36.

Anmerkung. Wenn die Kraft anstatt von B nach K, von A nach H wirkte (Fig. 14. Tab. 2.), so würde das Verhältniß des Widerstandes sich ändern, und daher nöthig seyn, der beiden Gewichte M und N gemeinschaftlichen Schwerpunkt zu finden. Es sey dieser in R, wenn nämlich LR : RP = M : N. Die zwei Gewichte verhalten sich aber, wie die Helfte der Linie CG zu der ganzen Linie FG. Betrachtet man beide Gewichte M und N als vereinigt im Gewichte Q, so erhält man den Hebelarm RC, wenn der Ruhepunkt in F angenommen ist; und es folgt, daß die Potenz I, welche von B nach K zieht, sich verhält zu der gleichen Potenz, welche von A nach H zieht, wie der Arm RC zu dem Arm RF.

§. 37.

§. 37.

Lehrsaz. Unter allen Figuren gleichen Innhalts eines Mauerdurchschnitts, wovon die hintere Seite bleirecht aufgeführt ist, ist der Widerstand der dreieckigten der grösste.

Es sey (Fig. 13. Tab. 2.) $BC = a$; $AC = b$, so ist das Gewicht $G = \frac{ab}{2}$; folglich der Widerstand $= \frac{ab^2}{3}$.

Es sey (Fig. 16. Tab. 2.) $FC = \frac{b}{2}$; $BC = a$, so ist das Gewicht N ebenfalls $= \frac{ab}{2}$, und der Widerstand dieses im Innhalt dem Dreiek gleichen Rechteks $= \frac{1}{8} ab^2$; allein $\frac{1}{8} ab^2 < \frac{1}{3} ab^2$ also eine dreiekigte Mauer vermöglicher als eine rechtekigte.

Nun sey (Fig. 17. Tab. 2.) $HI = c$ und $CH = y$; so ist der Innhalt des Trapezes $= \frac{ac}{2} + ay = \frac{1}{2} ab$ (vermög Hypothese); daraus $y = \frac{b-c}{2}$ und der Innhalt des Rechteks oder das Gewicht Q $= \frac{a(b-c)}{2}$; folglich das Moment des Gewichts Q $= \left(\frac{ab-ac}{2}\right)\left(\frac{b+3c}{4}\right)$. Das Gewicht $M = \frac{ac}{2}$, dessen Moment $= \frac{ac^2}{3}$. Also des ganzen Trapezes

Widerstand $= \frac{ab^2}{8} + \frac{abc}{4} - \frac{ac^2}{24}$, und der Wi-

der-

verstand dieser und der dreiekigten Mauer verhalten sich wie $\left(\frac{ab^2}{8} + \frac{abc}{4} - \frac{ac^2}{24}\right) : \frac{ab^2}{3}$ oder wie $\left(\frac{3b^2 + b^2c - c^2}{24}\right) : \frac{8b^2}{24}$ oder wie $(3b^2 + b^2c - c^2) : (3b^2 + 5b^2)$. Allein $6bc - c^2 < 5b^2$; denn es sey $c = b - m$ (weil $c < b$), so wird nach der Substitution seyn $(6b^2 - 6bm - b^2 - m^2 + 2bm) < 5b^2$; oder $(5b^2 - 4bm - m^2) < 5b^2$. Also ist der Widerstand des dreiekigten Durchschnitts der grösste. Das nämliche läßt sich auch allgemein durch folgende Aufgabe finden.

§. 38.

Aufgabe. Unter allen geradlinigten Figuren einer Mauer, welche hinten senkrecht aufgeführt ist, erstens jene zu finden, welche einer gegebenen Potenz das Gleichgewicht hält, und den kleinsten Flächeninnhalt hat, dann zweitens jene zu finden, welche den größten Flächeninnhalt hat.

Auflösung. Es sey (Fig. 14. Tab. 2.) $FA = a$; $GF = y$; $CG = x$; das Moment des Erddruks $= P$; so ist der Flächeninnhalt $= \frac{ax}{2} + ay$ welches ein Maximum und Minimum seyn soll. Das Moment des Druks ist nach (§. 28) bekannt, und wir sezen es also $= P$. Sezt man in der Formel des (28. §.) statt d, x, so bekommt man $P = \frac{ay^2 + 2axy}{2} + \frac{ax^2}{3}$; folglich $x = \pm\sqrt{\left(\frac{3P}{a} + \frac{3y^2}{4}\right)}$ —

$-\frac{3y}{2}$. Wird dieser Werth von x substituirt, so erhalten wir

$$\pm a\sqrt{\left(\frac{3P}{a}+\frac{3y^2}{4}\right)}-\frac{3}{2}ay+2ay=\sqrt{\left(\frac{3P}{a}+\frac{3y^2}{4}\right)}\pm\frac{1}{2}y$$

$$\pm\frac{1}{2}\left(\frac{3P}{a}+\frac{3y^2}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}X\frac{3}{2}ydy\pm\frac{1}{2}dy=0$$

$$\pm\frac{3}{4}ydy+\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{3P}{a}+\frac{3y^2}{4}\right)}dy=0$$

$$+\frac{3}{4}y+\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{3P}{a}+\frac{3y^2}{4}\right)}=0$$

Nimmt man das obere Zeichen, so ist

$$\frac{3}{4}y=-\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{3P}{a}+\frac{3y^2}{4}\right)}$$

$$\frac{9}{4}y^2=\frac{3P}{a}+\frac{3y^2}{4}$$

$$\frac{9}{4}y^2-\frac{3}{4}y^2=\frac{3P}{a}$$

$$\frac{6}{4}y^2=\frac{3P}{a}$$

$$y^2=\frac{2P}{a}$$

$$y=\pm\sqrt{\frac{2P}{a}}$$

$y = + \sqrt{\frac{2P}{a}}$ kann nicht genommen werden, weil dieser Werth von y in der Gleichung $\frac{3}{4} y + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3P}{a} + \frac{3y^2}{4}} = 0$ gesezt, selbe nicht verschwinden macht, also muß $y = - \sqrt{\frac{2P}{a}}$ genommen werden; allein negativ können wir $y = GF$, das ist, die Mauerdike in der Praxis nicht nehmen, also ist das möglichst kleinste $y = 0$; eine Auflösung.

Nimmt man aber das untere Zeichen, so werden wir den Werth von y folgendermassen finden:

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3P}{a} + \frac{3y^2}{4}} = \frac{3}{4} y$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{3P}{a} + \frac{3y^2}{4} \right) = \frac{9}{16} y^2$$

$$\frac{3}{4} \frac{P}{a} + \frac{3}{16} y^2 = \frac{9}{16} y^2$$

$$\frac{3}{4} \frac{P}{a} = \frac{3}{8} y^2 \text{ und endlich}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{2P}{a}}$$

Man muß das obere Zeichen nehmen, weil die Mauerdike nicht kann negativ genommen werden. Differenzirt man das obere Differenzial, $+ \frac{1}{2} \left(\frac{3P}{a} + \frac{3y^2}{4} \right)$ $x \frac{3}{4} ydy + \frac{1}{2} dy$ so sieht man von selbst (weil nur positive Grössen vorhanden sind), daß das zweite Differe-

ferenzial positiv werde; folglich ist $y = -\sqrt{\frac{2P}{a}}$ oder $y = o$, ein Minimum. Differenzirt man hingegen das untere Differenzial $- \frac{1}{2}\left(\frac{3P}{a} + \frac{3y^2}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \times \frac{1}{2} ydy + \frac{1}{2} dy$, so sieht man eben so leicht, daß das zweite Differenzial negativ werde; folglich ist $y = \sqrt{\frac{2P}{a}}$ ein Maximum.

§. 39.

Zusaz. Sezen wir die gefundenen Werthe von y in die Gleichung $x = \pm \sqrt{\left(\frac{3P}{a} + \frac{3y^2}{4}\right)} - \frac{3y}{2}$, um auch in beiden Fällen x oder die Böschung kennen zu lernen, so ist im Fall des kleinsten, da $y = o$ ist, $x = \sqrt{\frac{3P}{a}}$, und da $P = \frac{\sin. \Phi^2 \; a^3 \; n}{6m}$ (§. 17.) ist, so ist $x = a \sin. \Phi \sqrt{\frac{n}{2m}}$. Dieses ist aber gerade der Ausdruk, welchen wir (§. 23.) für den dreiekigten Durchschnitt gefunden haben. Nimmt man den andern Werth von $y = \sqrt{\frac{2P}{a}}$, so wird

$$x = \sqrt{\left(\frac{3P}{a} + \frac{3.2P}{4a}\right)} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2P}{a}} = \sqrt{\left(\frac{3P}{a} + \frac{3P}{2a}\right)} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2P}{a}} = \sqrt{\frac{9P}{2a}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2P}{a}} = \sqrt{\frac{9.2P}{2.2a}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2P}{a}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2P}{a}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2P}{a}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2P}{a}} = o.$$

Also im Fall eines Maximums kein Mauerrecht. Der dreiekigte

Durchschnitt ist also der kleinste, der rechtekigte der größte, der einer Potenz das Gleichgewicht hält. Der Ausdruk für die Mauerdike $y = \sqrt{\frac{2P}{a}}$ ist auch $= \sqrt{\left(\frac{2a^3 \text{ sin.} \Phi^2 n}{6ma}\right)} = a \text{ sin.} \Phi \sqrt{\frac{n}{3m}}$; welches gerade der Ausdruk ist, den wir (§. 18.) für die Dike einer rechtekigten Mauer gefunden haben.

§. 40.

Aufgabe. Den Durchschnitt der auf beiden Seiten bleirechten Mauer AC (Fig. 18. Tab. 2.), welche einer Potenz P das Gleichgewicht hält, in einen andern Durchschnitt GHIK (Fig. 19. Tab. 2) zu verändern, welcher von gleicher Höhe aber dem Innhalt nach nur ein Theil $\frac{P}{q}$ des vorigen wäre; mit der Bedingniß, daß die Mauer GHIK durch ihren Widerstand der nämlichen Potenz $\frac{\text{sin.} \Phi^2 a^3 n}{6m}$ das Gleichgewicht halte.

Auflösung. Es sey AB oder HG $= a$; AD $= c$; und HI oder GL $= x$; LK $= y$; so ist das Gewicht N $= ac$ oder der Innhalt der bleirechten Mauer (Fig. 18.); folglich $\frac{pac}{q}$ der Innhalt der neuen. Das Gewicht Q $= ax$; das Gewicht S. $= \frac{ay}{2}$ (Fig. 19.); folglich $\frac{pac}{q} = ax + \frac{ay}{2}$ und $\frac{2pc}{q} - 2x = y$. Es sey $\frac{2pc}{q} = f$, so ist $f - 2x = y$.

Die vereinigten Momente der Gewichte Q und S sollen

len der Potenz $\frac{\text{sin.}\Phi^2 a^3 n}{6m}$ gleich seyn; woraus die Gleichung $\frac{ax^2}{2} + xya + \frac{ay^2}{3} = \frac{\text{sin.}\Phi^2 a^3 n}{6m}$ (§. 28.) entsteht. Sezt man den gefundenen Werth von y in diese Gleichung; so wird $f\frac{x}{3} + \frac{x^2}{6} + f\frac{e}{3} = \frac{\text{sin.}\Phi^2 a^3 n}{6m}$; daraus $x = \sqrt{\left(3f^2 - \frac{\text{sin.}\Phi^2 a^3 n}{m}\right)} - f$. Suchte man das unbekannte y; so sey nun $\sqrt{\left(3f^2 - \frac{\text{sin.}\Phi^2 a^3 n}{m}\right)} - f = g$, folglich $2x = 2g$. Sezt man den Werth von 2x in der ersten Gleichung $y = f - 2x$, so ist $f = 2g = y$ oder $y = 3f - 2\sqrt{\left(3f^2 - \frac{\text{sin.}\Phi^2 a^3 n}{m}\right)}$. Sezt man statt f seinen Werth, so erhält man $x = \sqrt{\left(\frac{3.4.p^2c^2}{q^2} - \frac{\text{sin.}\Phi^2 a^3 n}{m}\right)} - \frac{2pc}{q}$ und $y = \frac{6pc}{q} - 2\sqrt{\left(3.4.p^2c^2 - \frac{\text{sin.}\Phi^2 a^3 n}{m}\right)}$.

§. 41.

Zusaz. Forderte man eine zu starke Verminderung, so, daß die Auflösung unmöglich würde, so muß sich dies in der Anwendung der gefundenen Formel zeigen. Denn erstens sobald $\frac{12p^2c^2}{q^2} < \frac{\text{sin.}\Phi^2 a^2 n}{m}$

ge-

gefunden wird, so wird KL (Fig. 19.) imaginär, also damals keine Auflösung möglich. Will man wissen, wann der Ausdruk imaginär werde, so sezt man $\frac{12p^2c^2}{q^2} = \frac{\sin.\Phi^2 a^2}{m}$ oder $\frac{pc}{q} = \sqrt{\left(\frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{12m}\right)}$ und $\frac{p}{q} = \frac{ae}{hc}\sqrt{\frac{n}{12m}}$ (§. 16.) oder $= \frac{a \sin.\Phi \sqrt{n}}{2c.\sqrt{3m}}$; allein $= a \sin.\Phi \sqrt{\frac{n}{3m}}$ (§. 18.) also $\frac{p}{q} = \frac{1}{2}$. Sobald nun $\frac{p}{q} < \frac{1}{2}$ angegeben wird, so findet man für KL einen imaginären Werth.

Zweitens. Wird $\frac{p}{q}$ größer angenommen, so wird der Ausdruk von y nicht imaginär; allein er kann negativ, positiv und null werden. Negativ wird er, wenn $-2\sqrt{\left(\frac{12\,p\,c^2}{q^2} - \frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{m}\right)}$ $< \frac{6pc}{q}$; positiv, wenn $-2\sqrt{\left(\frac{12p^2c^2}{q^2} - \frac{\sin.\Phi^2 a^3 n}{m}\right)}$ $< \frac{6pc}{q}$; endlich null, weñ $-2\sqrt{\left(\frac{12p^2c^2}{q^2} - \frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{m}\right)}$ $= \frac{6pc}{q}$ wird.

Wir wollen auch sehen, wenn er null wer-

den müße, da ist $\frac{12p^2c^2}{q^2} - \frac{\text{sin.}\,\Phi^2 a^2 n}{m} = \frac{9p^2c^2}{q^2}$

$$\frac{3p^2c^2}{q^2} = \frac{\text{sin.}\,\Phi^2 a^2 n}{m}$$

$$\frac{pc}{q} = a\,\text{sin.}\,\Phi\sqrt{\frac{n}{3m}};$$

allein $a\,\text{sin.}\,\Phi\sqrt{\frac{n}{3m}} = c$ (§. 18.), also $\frac{pc}{q} = c$ und

$\frac{p}{q} = 1.$

Drittens. Wenn nun $\frac{p}{q} > 1$ das ist: wenn

$\frac{p}{q}$ ein uneigentlicher Bruch ist, so wird der Werth von y negativ, die Böschung liegt auf der verkehrten Seite, und es ist so viel, als wenn die Potenz (Fig. 14.) statt von H nach A zu wirken, sie von A nach H drükte.

Viertens. Ist aber $\frac{p}{q} < 1$, so erhalten wir

in so lang einen positiven Werth als $\frac{12p^2c^2}{q^2} <$

$\frac{\text{sin.}\,\Phi^2 a^2 n}{m}$, welches vermög Nro. 1 dieses Zusazes

damals geschieht, wenn $\frac{p}{q} = \frac{1}{2}$ ist. Demnach sind

die Gränzen von positiven Werth $\frac{p}{q}$ zwischen 1 und $\frac{1}{2}$.

Doch

Doch können wir nicht einen jeden zwischen ihnen annehmen, denn es könnte einer von ihnen in die Gleichung $x = V\left(\frac{12p^2c^2}{q^2} - \frac{\sin\Phi^2 a^2 n}{m}\right) - \frac{2pc}{q} =$

G L gesezt, x negativ werden; folglich wäre dieser Werth nicht zu gebrauchen. Um nun den Werth von $\frac{p}{q}$ zu finden, welcher x nicht negativ giebt, ist

$V\left(\frac{12p^2c^2}{q^2} - \frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{m}\right) = \frac{2pc}{q}$ zu sezen und

$$\frac{12p^2c^2}{q^2} - \frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{m} = \frac{4p^2c^2}{q^2}$$

$$\frac{8p^2c^2}{q^2} = \frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{m}$$

$\frac{2pc\sqrt{2}}{q} = a \sin.\Phi \sqrt{\frac{n}{3n}}$ den Werth von c substituirt

$$\frac{2pa\sin.\Phi\sqrt{n}.\sqrt{2}}{q\sqrt{3}.\sqrt{m}} = \frac{a\sin.\Phi\sqrt{n}}{\sqrt{m}}$$

$$\frac{2p\sqrt{2}}{q\sqrt{3}} = 1$$

$$\frac{p}{q} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

Also zwischen 1 und $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ liegen alle Werthe von $\frac{p}{q}$ welche sowohl die Mauerdike als das Mauerrecht positiv geben.

An-

§. 42.

Anmerkung. Würde statt $\frac{p}{q}$ das Verhältniß $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ gegeben, so bekömmt man $x = 0$ und die rechtekigte Mauer ist in eine dreiekigte verwandelt, welches wirklich das lezte und vortheilhafteste Verhältniß ist, das man annehmen kann. Im (§. 26.) finden wir das Verhältniß des Innhalts gleich vermögender rechtwinklichter und dreiekigter Durchschnittsflächen wie $2\sqrt{2} : \sqrt{3}$; folglich ist $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ die kleinste Verminderung, welche man aus einer rechtwinklichten Fläche machen kann; wir finden also auf beiden Wegen einerlei Resultat.

§. 43.

Anmerkung. Wollte man unmittelbar das größte Verhältniß $\frac{p}{q}$ finden, so müßte man den Ausdruk $\frac{pac}{q} = ax + \frac{ay}{2}$, nachdem die Werthe von x und y substituirt worden, differenziren; indem man $\frac{p}{q}$ als eine veränderliche Größe betrachtet, und wir werden da nach einer langen Rechnung $\frac{p}{q} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$, wie vorhin finden.

§. 44.

Anmerkung. Es sey $\frac{p}{q} = \frac{3}{4}$, so ist $x =$

$\sqrt{}$

$$V\left(\frac{3\cdot 4\cdot 3\cdot 3c^2}{4\cdot 4} - \frac{\text{fin.}\,\Phi^2 a^2 n}{m}\right) - \frac{2\cdot 3\cdot c}{4} =$$

$$V\left(\frac{27c^2}{4} - \frac{3c^2}{4}\right) - \frac{3}{2}c \text{ wegen } c = \text{fin.}\,\Phi\, a \sqrt{\frac{n}{3m}}$$

(§. 18.). Ferners $x = V\frac{15c^2}{4} - \frac{3}{2}c =$

$\frac{1}{2}cV15 - \frac{3}{2}c = \frac{1}{2}c\left(V15 - 3\right)$; da $V15 >$ 3, so erhält man für x einen positiven Werth.

Wäre $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$, so ist $x = V\left(\frac{3\cdot 4\cdot c^2}{3\cdot 3} - 3c^2\right)$

$- \frac{2}{3}c = V\left(\frac{4}{3}c^2 - 3c^2\right) - \frac{2}{3}c$; allein $\frac{4}{3}c^2$ $> 3c^2$, also für x einen imaginären Werth, welches wir gleich hätten daraus abnehmen können, da $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ und nach (§. 41. Nro 1.) alle kleinern Brüche als $\frac{1}{2}$ imaginäre Werthe geben. Eben so, würde eine Verminderung von $\frac{3}{5}$ verlangt, sieht man ein, daß man zwar einen reellen Werth für die Mauerdike erhalten werde, [denn $\frac{3}{5} > \frac{1}{2}$ (§. 41. Nro 1.)] allein er wird negativ, weil $\frac{3}{5} < \frac{V3}{2V2}$ (§. 41. Nro 4.).

Letzteres wird dadurch klar, weil $\frac{3\cdot 3}{5\cdot 5} < \frac{3}{2\cdot 2\cdot 2}$;

$\frac{9}{25} < \frac{3}{8}$; $\frac{72}{200} < \frac{75}{200}$.

§. 45.

Aufgabe. Den Durchschnitt der auf beiden Seiten bleirechten Mauer AC, welche einer Potenz P das Gleichgewicht hält, in einen andern Durchschnitt GHIK (Fig. 18. und 19.) von gleichem Innhalt und Höhe zu verändern, welcher mit einer Potenz im Gleichgewicht sey, welche sich zur Potenz P verhält, wie $\frac{q}{p}$.

Auflösung. Es sey wie in der vorigen Aufgabe AD = c; CD = a; GL = x; KL = y (Fig. 18. und 19.) das Moment der Potenz $P = \frac{\text{sin.}\,\Phi^2\,a^3\,n}{6m}$; so ist der Innhalt des Rechteks = ac und der Innhalt des Trapezoides $= ax + \frac{ay}{2}$. Vermög Bedingniß ist $ac = ax + \frac{ay}{2}$: folglich $y = 2c - 2x$. Nun soll der Widerstand des Trapezoides, das ist: die vereinigten Momente sollen einer Potenz $\frac{qP}{p} = \frac{q\,\text{sin.}\,\Phi^2\,a^3\,n}{6mp}$ gleich seyn, dadurch gelangen wir zu folgender Gleichung $\frac{1}{2}ax^2 + axy + \frac{ay^2}{3} = \frac{q\,\text{sin.}\,\Phi^2\,a^3\,n}{6mp}$ (§. 28.) Sezt man statt y den gefundenen Werth, so erhalten wir $\frac{4}{3}c^2 - \frac{2}{3}cx - \frac{1}{6}x^2 = \frac{q\,\text{sin.}\,\Phi^2\,a^3\,n}{6mp}$;

daraus $x = \sqrt{\left(12c^2 - \frac{q\,\text{sin.}\,\Phi^2\,a^3\,n}{pm}\right)} - 2c$; und

da $\frac{\text{sin.}\Phi^2 a^2 n}{3m} = c^4$ (§. 18.) so ist $x = \sqrt{\left(12c^2 - 3c^2\frac{q}{p}\right)}$ $- 2c$, folglich $y = 6c - 2\sqrt{\left(12c^2 - \frac{3c^2 q}{p}\right)}$.

§. 46.

Zusaz. Erstens: wenn $12 < \frac{3q}{p}$, so wird die Mauerdike und das Mauerrecht imaginär, welches geschieht, wenn $\frac{q}{p} > \frac{4}{1} (= 4)$ ist.

Zweitens. Ist aber $\frac{q}{p} < \frac{4}{1}$, so wird die Mauerdike x solang negativ, bis $\sqrt{\left(12c^2 - \frac{3c^2 q}{p}\right)} > 2c$ oder $12c^2 - \frac{3c^2 q}{p} > 4c^2$ oder $\frac{8}{3} < \frac{q}{p}$.

Drittens. Doch muß man sehen, ob bei einem positiven Werth von x nicht etwa y negativ werde; y aber wird damals negativ, wenn $6c < 2\sqrt{\left(12c^2 - \frac{3c^2 q}{p}\right)}$ oder $9c^2 < 12c^2 - \frac{3c^2 q}{p}$ oder $3 < \frac{3q}{p}$ oder $\frac{3}{3} (= 1) > \frac{q}{p}$. Folglich kann eine rechtekigte Mauer durch Veränderung ihrer Figur und Beibehaltung ihres Innhalts, einer höchstens $2\frac{2}{3}$ mal stärkern Potenz, als sie in ihrem erstern Zustand widerstehet, Widerstand leisten.

§. 47.

Aufgabe. Die Natur der äußern Linie einer hinten senkrecht aufgeführten Mauer zu bestimmen, welche in jedem Punkt ihrer Höhe, dem hinten liegenden Erdendruk widerstehen könne.

Auflösung. Wider die Mauer AB (Fig. 20.) drukt das Dreiek ABD, wider die Mauerhöhe AE das Dreiek AEF; folglich muß die widerstehende Mauer eine größere Dike bei CB, als bei EI erhalten. Ferners drukt ganz oben im Punkt A ein unendlich kleines Dreiek, mithin hat die Mauer im Punkt A keine Dike nöthig, das ist: sie muß in eine Spize zusammen gehen. Es ist aber noch unbestimmt, ob die äussere Linie eine gerade, konvexe, oder konkave Linie werden müße, um in jeden Punkt dem zustimmenden Erddruk gleich zu seyn. Es verhalten sich aber die Erddruke, wie die Kuben der Höhen (§. 11.). Der Widerstand der Mauer ist gleich dem Inhalt der Mauer, multiplizirt mit dem Hebelarm CK. Es sey IG = x, GL = dx; GH = y, so ist $\int ydx$ der Inhalt der Fläche IAE, und der Fläche CAB = $\int ydx$. Nun haben wir den Mittelpunkt der Schwere zu suchen. Das Element HL = ydx des Bewegungsmittelpunkt, ist in I deßen Hebelarm IG = x, folglich deßen Moment = xydx und $\frac{\int xydx}{\int ydx}$ = IM. Nun das Moment der ganzen Fläche IAE = $\int ydx \frac{X \int xydx}{\int ydx} = \int xydx$; eben so das Moment der Mauer CAB = $\int xydx$. Diese zwei Momente verhalten sich, wie die Kubi der Mauerhöhen. Nimmt man IE = x, so ist die Mauerhöhe AE = y; also $\int xydx : \int xydx = y^3 : y^3$ also $y^3 \int xydx = y^3 \int xydx$ und da y und y beständige Größen, so ist $\frac{y^3 x^2 y}{2} = \frac{y^3 x^2 y^2}{2}$ und

$y^2 x^2 = y^2 X^2$ daraus

$\underline{x^2} : \underline{X^2} = \underline{y^2} : \underline{y^2}$ und

$x : X = y : Y$ das ist

AE: AI = AB: BC mithin AC eine gerade Linie, oder das Dreiek hält in jedem Punkt seiner Höhe dem korrespondirenden Erddruk das Gleichgewicht.

§. 48.

Zusaz. Eine oben nicht spiz zusammenlaufende Mauer, ist also in jedem Punkt ihrer Höhe dem hintenliegenden Erddruk überwichtig, welches schon oben (§. 17.) angemerkt worden.

§. 49.

Aufgabe. Die Mauerdike einer rechtekigten Mauer zu finden, wenn die Potenz auf den Hebelarm AC (Fig. 21. Tab. 2.) nach einer schiefen Richtung von A nach K wirket.

Auflösung. Die Linie CG, welche als der Hebelarm zu betrachten ist, sey = c, AC = a und CD = y, so ist nach (§. 17.) $\frac{a^2 c \text{ sin. } \Phi^2 n}{6m} = \frac{ay^2}{2}$ und

$y = \text{sin. } \Phi \sqrt{\left(\frac{acn}{3m}\right)}$ oder nach (§. 6.) $y = \frac{e}{h} \sqrt{\frac{acn.}{3m}}$;

ist der Abschiebungswinkel 45° und $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$, so

wird $y = \sqrt{\frac{ac}{3 \cdot 3}} = \frac{\sqrt{ac}}{3}$; folglich giebt der dritte Theil der mittlern Proportionellen zwischen der Mauerhöhe und dem Hebelarm, die gesuchte Mauerdike.

§. 50.

§. 50.

Aufgabe. Den Druk der Erde auszudrüken, mit welchem eine Brustwehr samt Bänken auf die Futtermauer PI wirket. (Fig. 22. Tab. 3.)

Auflösung. Man verlängere die Linie AP (Fig. 22. Tab. 3.) unbestimmt, alsdann die Linie DE, bis sie sich in Φ schneiden, und ziehe DG aus dem Punkt D parallel mit EE, welche Linie die Abdachung andeutet, welche allgemein angenommen wird, nach welcher die Erde abrollen würde, wenn sie keinen Widerstand fände.

Der Winkel EPF, nach welchen die äußere Böschung der Brustwehr aufgeführt worden, ist auch gegeben; folglich ist auch PE bekannt. Aus den Maaßen, nach welchen die Brustwehr gebauet werden soll, oder aus den Höhen Dy, EF: und der Brustwehr Dike yF läßt sich ebenfalls FΦ, EΦ und EP finden. Eben so ist PG zu finden, welches demnach bekannte Größen sind. Außerdem ist auch BC gegeben. Ziehen wir nun aus den Punkten E, D, C, B, mit der Abschiebungslinie der Erde die Parallelen EE, DG, CQ, BS, so haben wir den Flächeninnhalt der Brustwehr in 5 Theile getheilt; als erstens in das Trapez DEEG; zweitens in das Dreiek EEP; drittens in das Trapez CDGQ, viertens in das Parallelogram BCQS; und fünftens in das Dreiek ABS, deren Druk wir in dieser Ordnung suchen wollen.

Erstens. Es sey $Dy = l$; $E\Phi = \mu$; $E\Pi = \varepsilon$; $E\Phi = x$, $PI = a$; $\frac{n}{m}$ sey wie sonst das Verhältniß der respektiven Schwere von Erd und Mauerwerk; so ist $E\Phi\ (\mu) : E\Pi\ (\varepsilon) = \Phi\ p\ (\mu + x) : p\ H = \varepsilon + \frac{\varepsilon x}{\mu}$; $f\,p = dx$ und $1 : \cos.\Phi = fp\ (dx) :$

$(dx) : fg = \cos.\Phi\ dx$. Der Werth des Trapezes

$$fH = pH \times fg = \left(\varepsilon + \frac{\varepsilon x}{\mu}\right) \times \cos.\Phi dx = \varepsilon \cos.\Phi dx \times \frac{\varepsilon \cos.\Phi x dx}{\mu};$$

dessen respektive Schwere

$$I : \cos.\Phi = \varepsilon \cos.\Phi dx + \frac{\varepsilon \cos.\Phi x dx}{\mu} : \varepsilon \cos.\Phi^2$$

$$dx + \frac{\varepsilon \cos.\Phi^2 x dx}{\mu}.$$

Um den Hebelarm JI zu finden ist $\sin.\Phi : \cos.\Phi = Pp(x) : Pz = \frac{\cos.\Phi x}{\sin.\Phi}$, also $ZI = a - \frac{\cos.\Phi x}{\sin.\Phi}$

und $I : \sin.\Phi = ZI \left(a - \frac{\cos.\Phi x}{\sin.\Phi}\right) : JI = a \sin.\Phi - \cos.\Phi x$. Dieser mit seinem Trapez und $\frac{n}{m}$ multiplizirt, giebt $\frac{n}{m}$ ($a \varepsilon \cos.\Phi^2 \sin.\Phi dx +$

$$\frac{a \varepsilon \cos.\Phi^2 \sin.\Phi x dx}{\mu} - \varepsilon \cos.\Phi^3 dx - \frac{\varepsilon \cos.\Phi^3 x^2 dx}{\mu}$$

dessen Integrale $\frac{n}{m}$ ($a \varepsilon \cos.\Phi^2 \sin.\Phi x +$

$$\frac{a \varepsilon \cos.\Phi^2 \sin.\Phi x^2}{2\mu} - \frac{\varepsilon \cos.\Phi^3 x^2}{2} - \frac{\varepsilon \cos.\Phi^3 x^3}{3\mu}$$)

und wenn $\frac{\varepsilon n}{m} = M$ gesezt wird, so ist $M a \cos.\Phi^2 \sin.\Phi x +$

$$\frac{M a \cos.\varphi^2 \sin.\varphi x^2}{2\mu} - \frac{M \cos.\varphi^3 x^2}{2} -$$

$$\frac{M \cos.\varphi^3 x^3}{3\mu}.$$

Zweitens. Es sey PE = p; Ef = r; in P der Anfangspunkt der Abscissen x; so ist $p : r = x : \frac{rx}{p}$ die Länge eines Elementartrapezes im Dreiek EEP, dessen Höhe wie vor cos. Φ dx; dessen Inhalt $\frac{r \cos. \Phi x dx}{p}$; dessen respektive Schwere $\frac{r \cos. \Phi^2 x dx}{p}$; Der Hebelarm IV wird gefunden; sin. Φ : cos. Φ = x : PL = $\frac{\cos. \Phi x}{\sin. \Phi}$, also LI = a — $\frac{\cos. \Phi x}{\sin. \Phi}$ und I = sin. φ = LI $\left(a - \frac{\cos. \varphi x}{\sin. \varphi} \right)$: IV = sin. φ a — cos. φ x; also das Moment $\frac{n}{m} \left(\frac{r \cos. \varphi^2 x dx}{p} \times (a \sin. \varphi - \cos. \varphi x) \right) = \frac{n}{m} \left(\frac{r \cos. \varphi^2 \sin. \varphi a x dx}{p} - \frac{r \cos. \varphi^3 x^2 dx}{p} \right)$. Deren Summe $\frac{n}{m} \left(\frac{r \cos. \varphi^2 \sin. \varphi a x^2}{2p} - \frac{r \cos. \varphi^3 x^3}{3p} \right)$ und wenn $\frac{rn}{pm} = \mathfrak{A}$; so ist $\frac{\mathfrak{A} a \cos. \varphi^2 \sin. \varphi x^2}{2} - \frac{\mathfrak{A} \cos. \varphi^3 x^3}{3}$.

Drittens. Es werde DC in R verlängert und es sey RG = c; GP = b; DP = $\frac{1}{\cos. \varphi}$. Der Anfangspunkt sey in G; GM = x; MN = dx, das übrige wie vor; so ist RG (c): GD $\left(\frac{1}{\cos. \varphi} \right)$ = RM

(c

$(c - x)$: MK $= \frac{1}{\cos.\varphi} - \frac{lx}{c.\cos.\varphi}$. MT wie vor

$= \cos\varphi.dx$. Das Trapez NK $= ldx - \frac{lxdx}{c}$; deſ-

ſen reſpektive Schwere I: $\cos.\varphi = ldx - \frac{lxdx}{c}$:

$l\cos.\varphi dx - \frac{\cos.\varphi lxdx}{c}$. Den Hebelarm J II zu finden

Gy (ſin. φ): Dy ($\cos.\varphi$) = PN $(b+x)$: PO

$\left(\frac{\cos.\varphi}{\text{ſin.}\varphi}(b+x)\right.$ und JO $= a - \frac{\cos.\varphi}{\text{ſin.}\varphi}(b+x)$;

ferner DG (I): Gy (ſin. φ) = JO $\left(a - \frac{\cos.\varphi}{\text{ſin.}\varphi}\right.$

$(b+x)$: J II $=$ ſin. $\varphi a - \cos.\varphi (b+x)$. Nun des

Trapezes NK Moment $\frac{n}{m}\left(\cos.\varphi ldx - \frac{\cos.\varphi lxdx}{c}\right)$

$\times \left(a\,\text{ſin.}\varphi - \cos.\varphi\ (b+x)\right) = \frac{n}{m}$ (a ſin. φ

$\cos.\varphi ldx - \frac{\cos.\varphi lxdx\,a\,\text{ſin.}\varphi}{c} - \cos.\varphi^2 ldxb -$

$l\cos.\varphi^2 xdx - \frac{\cos.\varphi\, lxdx\cos.\varphi\, b + l\cos.\varphi^2 x^2 dx}{c}\Big)$

und deſſen Sume $\frac{n}{m}\left(a\,\text{ſin.}\varphi\cos.\varphi lx - \frac{\cos.\varphi lx^2 a\text{ſin.}\varphi}{2c}\right.$

$- \cos.\varphi lx\cos\varphi b - \frac{\cos.\varphi^2 lx^2}{2} - \frac{\cos.\varphi^2 lx^2 b}{2c} +$

$\left.\frac{\cos.\varphi^2 lx^3}{3c},\right)$; wird $(a\,\text{ſin.}\varphi - \cos.\varphi\, b) = R$

ge-

gesezt; so ist $\frac{n}{m}$ R cos. φ lx — n $\frac{R \cos. \varphi lx^2}{2mc}$ —

$\frac{n \cos. \varphi^2 lx^2}{2m}$ + $\frac{n \cos. \varphi^2 lx^3}{3mc}$.

Viertens. Es sey QS = x; CZ = g; so ist der Inhalt des Elements QI = gdx; dessen respektive Schwere I : cos. φ = gdx : cos. φ gdx. Den Hebelarm JIII zu finden, ist Py = PG + GR — RQ + Qy = b + c — g + x = q + x, wenn b + c — g = q gesezt wird. Nun Gy (sin. φ) : Dy (cos. φ) = Py (q + x) : PW = $\frac{\cos. \varphi q}{\sin. \varphi}$ + $\frac{\cos. \varphi x}{\sin. \varphi}$. Also

JW = a — $\frac{\cos. \varphi q}{\sin. \varphi}$ — $\frac{\cos. \varphi x}{\sin. \varphi}$; dann DG (1) :

Gy (sin. φ) = JW (a — $\frac{\cos. \varphi q \text{ — } \cos. \varphi x}{\sin. \varphi}$;

JIII = a sin. φ — cos. φ q — cos. φ x. Des Trapezes Moment ist $\frac{n}{m}$ (cos. φ gdx ✕ (a sin. φ — cos. φ q — cos. φ x) = $\frac{n}{m}$ (a sin. φ cos. φ gdx — cos. φ^2 g d x — cos. φ^2 xgdx) dessen Summe $\frac{n}{m}$ (a sin. φ cos. φ gx — cos. φ^2 gqx — $\frac{\cos. \varphi^2 gx^2}{2}$; wird $\frac{n}{m}$ cos. φ q = F gesezt, so ist $\frac{n}{m}$ (F (a sin. φ x — cos. φ qx — $\frac{\cos. \varphi x^2}{2}$))

Fünf-

Fünftens. Es sey AS = i; QS = p; BS = CQ $= \frac{g}{\cos.\varphi}$, weil $\cos.\varphi : 1 = CZ : CB = \frac{g}{\cos.\varphi}$; Sμ = x also $AS\ (i) : BS\left(\frac{g}{\cos.\varphi}\right) = A\mu\ (i-x) : \beta\mu =$ $\frac{gi-gx}{\cos.\varphi\, i}$. Des Trapezes Höhe wie vor $\cos.\varphi dx$; dessen Innhalt $\cos.\varphi dx \bowtie \frac{gi-gx}{\cos.\varphi} = gdx - \frac{gxdx}{i}$, dessen respektive Schwere $1 : \cos.\varphi = gdx - \frac{gxdx}{i} :$ $\cos.\varphi\, gdx - \frac{\cos.\varphi\, gxdx}{i}$. Den Hebelarm zu finden ist $P\mu = PG + GR - RQ + QS + S\mu = b + c - g + p + x = 1 + x$, wenn $b + c - g + p = 1$ gesezt wird; und $Gy\ (\sin.\varphi) : Dy\ (\cos.\varphi) = P\mu\ (r+x) : PLL = \frac{\cos.\varphi r + \cos.\varphi x}{\sin.\varphi}$. Und $ILL = a - \frac{\cos.\varphi r - \cos.\varphi x}{\sin.\varphi}$. Ferner $DG\ (1) : Gy\ (\sin.\varphi) = ILL\left(a - \frac{\cos.\varphi r - \cos.\varphi x}{\sin.\varphi}\right) : J\,IV = a\sin.\varphi - \cos.\varphi r - \cos.\varphi x$. Das Moment $\frac{n}{m}\left(\left(\cos.\varphi gdx - \frac{\cos.\varphi gxdx}{i}\right) \bowtie \left(a\sin.\varphi - \cos.\varphi r - \cos.\varphi x\right)\right) =$ $\frac{n}{m}\ (a\sin.\varphi\cos.\varphi\, gdx - \cos.\varphi^2 grdx - \cos.\varphi^2 gxdx - a\sin.\varphi\cos.\varphi gxdx + \cos.\varphi^2 grxdx \mp \cos.\varphi^2 gxdx : i$

dessen Summe $= \frac{n}{m}$ (a sin. Φ cos. Φ gx — cos. Φ^2 grx $- \frac{\cos. \Phi^2 gx^2}{2} - \frac{a \sin. \Phi \cos. \Phi gx^2}{2.i} + \frac{\cos. \Phi^2 grx^2}{2.i}$ $+ \frac{\cos. \Phi^2 gx^3}{3.i}$). Wenn nun (a sin. Φ — cos. Φ r) $=$ I und $\frac{n}{m}$ cos. Φ g $=$ H gesezt werden; so ist I. H cos. Φ x $- \frac{H \cos. \Phi x^2}{2} - \frac{I. H \cos. \Phi x^2}{2.i} + \frac{H \cos. \Phi x^3}{3.i}$.

Diese fünf Formeln drüken demnach zusammen den ganzen Erdendruk der Brustwehr aus, wobei wir bemerken, daß x in der ersten Formel $=$ Ep; in der zweiten $=$ EP; in der dritten $=$ GM; in der vierten $=$ SQ; in der fünften $=$ Sμ anzunehmen sey.

§. 51.

Zusaz. Wenn der Abschiebungswinkel 45° und $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$ ist, so ändern sich die fünf Formeln; denn damals ist sin. $=$ cos., sin.$^2 =$ cos.$^2 =$ sin. X cos. $= \frac{1}{2}$ oder Dy $=$ yG $= 1 =$ t und DG $= 1 \sqrt{2}$. Da aber im praktischen Bau gewöhnlich FE $=$ FP angenommen wird, so verschwindet das ganze Dreiek EEP. Die zweite Formel bleibt ganz weg.

Wir erhalten demnach erstens $\frac{a \varepsilon x}{3\sqrt{2}} + \frac{a \varepsilon x^2}{3.2\sqrt{2\mu}} - \frac{\varepsilon x^2}{3.2\sqrt{2}} - \frac{\varepsilon x^3}{3.3\sqrt{2\mu}}$.

zwei-

Zweitens $\frac{(a-b)lx}{3} - \frac{lx^2}{3.2} - \frac{(a-b)lx^2}{3.2.c} + \frac{lx^3}{3.3.c}$.

Drittens $\frac{aglx}{3.c} - \frac{glqx}{3.c} - \frac{glx^2}{3.2c}$.

Viertens $\frac{(a-r)glx}{3.c} - \frac{(a-r)glx^2}{2.3.c.i} - \frac{glx^2}{3.2.c} + \frac{glx^3}{3.3.c.i}$.

§. 52.

Zusaz. Nach (§. 46.) sind die eben gefundenen fünf Formeln algebraisch ausgedrükt, folgende: wenn im Dreiek DyG, Dy = 1 = cos. Φ; DG = K = sintot; Gy = t = sin. Φ gesezt werden.

I. $Mal^2tx + \frac{Mal^2tx^2}{2\mu} - \frac{Ml\,x^2}{2} - \frac{Ml^3x^3}{3\mu}$

II. $\frac{\mathfrak{N}al^2tx^2}{2} - \frac{\mathfrak{N}l^3x^3}{3}$

III. $\frac{n}{m}\,\frac{Rl^2x}{k} - \frac{nRl^2x^2}{2mck} - \frac{nl^3x^2}{2mk^2} + \frac{nl^3x^3}{3mck^2}$

IV. $Ftal^2x - Fl^3qx - \frac{Fl^3x^2}{2}$

V. $\frac{I.Hl^2x}{k} - \frac{I.Hl^2x^2}{2k} - \frac{Hl^3x^2}{2k} + \frac{Hl^3x^3}{3k^2}$

§. 53.

Anmerkung. Nun ist zu bemerken, daß wenn die Mauerhöhe PI kleiner ist, als die Grundlinie

AP der Brustwehr samt Banket, daß nicht die ganze Brustwehr samt Bänken auf die Futtermauer wirke, sondern nur jener Theil der Brustwehr, welcher die Abdachungslinie der Erde abschneidet, deswegen nur der abgeschnittene Theil der Brustwehr als eine auf Futtermauern wirkende Kraft zu betrachten ist. Wenn also die Mauerhöhe PI gleich oder größer ist als die Grundlinie der Brustwehr PA, so muß die Summe der vier oder fünf gefundenen Formeln genommen werden, um die Kraft zu erhalten, mit welcher die Brustwehr auf die Futtermauer wirkt. Im Fall aber die Höhe der Futtermauer kleiner wäre, als die Grundlinie AP der Brustwehr, so ist zu sehen, wo die Abdachungslinie die Brustwehr durchschneidet. Nun wäre dieser abgeschnittene Theil gleich oder kleiner, als das Trapez DP, so drükt die wirkende Kraft dieses Theils die erste und zweite Formel aus. Wäre die Mauerhöhe von einer solchen Länge, daß die Abdachungslinie einen Theil vom zweiten Trapez DQ, oder das ganze Trapez DQ selbst, noch abschnitte, so ist die dritte Formel zur ersten und zweiten zu addiren u. s. w.

§. 54.

Anmerkung. Was für eine mühsame Rechnung es erfordert, um den Druk einer Brustwehr ausfindig zu machen, sieht man von selbst; hiemit ihre Unbequemlichkeit, wo nicht Unbrauchbarkeit. Ich sezte sie aber hieher theils um zu zeigen, wie man mathematisch genau zu verfahren hätte, theils um sie bei mit Cavalieren beschwerten Futtermauern zu benuzen. Es läßt sich aber in redestehender Druk auf eine andere, leichte, für die Praxis eben so genaue Art finden. Man ziehe (Fig. 23. Tab. 2.) DG nach der Abschiebungslinie, PE sey mit DG parallel; eine Annahme, welche bei den Ingenieurs auch statt findet; denn sie machen FP = PE bei gewöhnlich guter Erde, und die Böschung PE bald

ste-

steiler bald sachter, nach beßerer oder schlechterer Erde. Man verlängere PE und ziehe DO parallel GD. Nun betrachte man die Erde GDCBA, als wäre sie nicht zugegen, und nehme an, als drükte das Parallelogram DOPG allein. Das Dreiek DOE ist zwar dem Innhalt nach geringer, als die Figur GDCBA, hingegen bekommen jener ihre Elemente immer größere Hebelarme, als dieser. Weiters werden wir untersuchen, was für eine Unrichtigkeit bei dieser Annahme entstehen kann.

Nun sey Dy = 1; PG = x; Gg = dx; der Innhalt des Elementes ist Gg × Dy = 1dx.

Den Hebelarm zu finden sin.Φ : cos.Φ = GD (x) : PW = $\frac{\cos.\Phi}{\sin.\Phi}$ und W I = a — $\frac{\cos.\Phi x}{\sin.\Phi}$

also 1 : sin.Φ = IW $\left(a - \frac{\cos.\Phi x}{\sin.\Phi}\right)$: IV = a sin. Φ — cos.Φ x.

Das Moment al sin.Φdx — cos.Φlxdx, wegen der respektiven Schwere 1 : cos.Φ = al sin.Φdx — cos.Φlxdx : cos.Φ al sin.Φdx — cos.Φ^2lxdx und endlich $\frac{n}{m}$ (cos.Φ al sin.Φdx — cos.Φ^2lxdx);

dessen Summe = $\frac{n}{m}\left(\cos.\Phi al \sin\Phi x - \frac{\cos.\Phi^2 lx^2}{2}\right)$

der ganze Druk, wenn PG = x. Wenn aber der Abschiebungswinkel = 45° und $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$, so ist $\frac{axl}{3} - \frac{lx^2}{6}$.

Wäre die Mauer gerade so hoch als PG oder DW, so ist $x = a$, und wir finden dann für den Druk $\frac{a^2 l}{6}$. Der ganze Druk ist also

$$\frac{n \cos.\Phi l a \sin.\Phi x}{m} - \frac{n \cos.\Phi^2 l x^2}{2m} + \frac{n a^3 \sin.\Phi^3}{6m}$$

$$\frac{n a^3 \sin.\Phi^2}{6m} \text{ oder } \frac{axl}{3} - \frac{l x^2}{3.2} + \frac{a^3}{18}.$$

§. 55.

Anmerkung. Es sey eine Brustwehr mit den in der (Fig. 24. Tab. 3.) bezeichneten Maaßen gegeben, und die Abschiebungslinie der Erde mache mit dem Horizont einen Winkel von 45°, so ist (Fig. 22. Tab. 3.) $PE = \epsilon = \sqrt{50}$; $\mu = \frac{175}{3}$; $c = 8$; $g = \frac{5}{2}$; $l = \frac{13}{2}$; $b = \frac{33}{2}$; $q = b + c - g = 22$; $p = 3$; $r = b + c - g + p = 25$; $i = b$; so ist $x = b = \frac{33}{2}$ in der ersten Formel des (46. §.); $x = GQ = c - g = \frac{11}{2}$ in der zweiten Formel; $x = QS = 3$ in der dritten Formel; und $x = b + c - g + p + i = 6$ in der vierten Formel, und vermög der ersten Formel (§. 47.)

$$\frac{a\sqrt{50}.\frac{33}{2}}{3\sqrt{2}} + \frac{a\sqrt{50}.\frac{33}{2}.\frac{33}{2}}{3.3.\sqrt{2}.\frac{175}{2}} - \frac{\sqrt{50}.\frac{33}{2}.\frac{33}{2}}{3.2.\sqrt{2}} -$$

$$\frac{\sqrt{50}.\frac{33}{2}.\frac{33}{2}.\frac{33}{2}}{3.3.\sqrt{2}.\frac{175}{3}} = \frac{8789a}{280} - \frac{75504}{280}.$$

Vermög der zweiten Formel

$$\frac{a.13.11}{3.2.2} - \frac{33.13.11.2}{3.2.2.2.2} - \frac{13.11.11}{3.2.2.2.2}$$

$$\frac{a.13.11.11}{3.2.2.2.2.8} + \frac{33.13.11.11.3}{3.2.2.2.2.2.8} +$$

$$\frac{13.11.11.11.2}{3.3.2.2.2.2.8.2} = \frac{1001a}{128} - \frac{89661}{768}.$$

Vermög der dritten Formel

$$\frac{a.\frac{5}{2}.\frac{13}{2}.6}{3.8} - \frac{\frac{5}{2}.\frac{13}{2}.22.3}{3.8} - \frac{\frac{5}{2}.\frac{13}{2}.3.3}{3.2.8} =$$

$$\frac{65a}{32} - \frac{3055}{64}.$$

Vermög der vierten Formel

$$\frac{a.\frac{5}{2}.\frac{13}{2}.6}{3.8} + \frac{25.\frac{5}{2}.\frac{13}{2}.6}{3.8} - \frac{a.\frac{5}{2}.\frac{13}{2}.6.6}{2.3.8.6}$$

$$+ \frac{25.\frac{5}{2}.\frac{13}{2}.6.6}{3.2.8.6} - \frac{\frac{5}{2}.\frac{13}{2}.6.6}{3.2.8} + \frac{\frac{5}{2}.\frac{13}{2}.6.6.6}{3.3.8.6}.$$

Die Summe aller viere

$$\frac{193859a}{4480} - \frac{4417673}{8960}.$$

Die Mauerhöhe a sey = 36 Schuh, so ist der ganze Druk der Brustwehr $\frac{1908035}{1792} = 1064\frac{1347}{1792}$.

Nun nach der Formel $\frac{axl}{3} - \frac{lx^2}{3.2}$ wo $x = b = \frac{33}{2}$,

ist der Druk $= \frac{36 \cdot \frac{33}{2} \cdot \frac{13}{2}}{3} - \frac{\frac{13}{2} \cdot \frac{33}{2} \cdot \frac{33}{2}}{3.2} = 991\frac{41}{48}$, und der Unterschied des Druks bei beiden Methoden 73, welcher in keine Betrachtung gezogen zu werden verdient. Damit wir aber auch hierin allen Zweifel heben, so sey folgende Aufgabe vorausgeschikt.

§. 56.

Aufgabe. Die Dike einer Mauer zu finden, welche mit einer Brustwehr versehen ist.

Auflösung.. Nach (§. 23.) fanden wir im Fall des Gleichgewichts: $\frac{ay^3 + 2ady}{2} + \frac{ad^2}{3} = \frac{\sin.\varphi^2 a^3 n}{6m}$; nun aber kömmt zur Potenz noch eine von der Brustwehr herrührende Potenz hinzu, welche wir aus voriger Aufgabe zu finden wissen, und hier mit P benennen wollen, also $\frac{ay^2 + 2ady}{2} + \frac{ad^2}{3} = \frac{\sin.\varphi^2 a^3 n}{6m} + P$; daraus $y = \sqrt{\left(\frac{\sin.\varphi^2 a^3 n}{3m} + \frac{2P}{a} + \frac{d^2}{3}\right)} - d$; wenn der Abschiebungswinkel von 45° und $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$, so ist $y = \sqrt{\left(\frac{a^2}{9} + \frac{2P}{a} + \frac{d^2}{3}\right)} - d$.

§. 57.

Anmerkung. Nun sey $a = 36'$; $d = \frac{36}{5}$, P = einmal 1064 und das anderemal 991, um den

Unterschied in der Mauerdike abzunehmen; so ist bei der genauern Methode $y = 7' 7'' 3'''$ und bei der andern $y = 7' 6''$, also der Unterschied von 1 Zoll 3 Linien; ein Unterschied, welcher bei einer Mauerdike unmerklich ist. Würde die Krone der Brustwehr abhängiger gemacht, wie sie auch wirklich bei hohen Werken steiler ist, so würde der Unterschied noch kleiner werden — und auch wenn das ganze in's Trapez umgewandelte Banket auf die Futtermauer nicht drukt. Nach diesen Formeln ist die IV Tabelle berechnet, mit der Bemerkung, daß wenn die Mauerhöhe nicht der Brustwehrbreite gleich ist, nicht mehr diese, sondern jene Formel des folgenden 61. §. angewendet werden müsse, welche auch wirklich bei den 3 Höhen von 5, 10 und 15 Schuhen hier angewendet worden.

§. 58.

Anmerkung. Wenn wir wissen wollen, um wie viel eine Mauer, welche eine Brustwehr zu tragen hat, stärker werden muß, als eine andere von nämlicher Höhe, welche aber mit keiner Brustwehr belastet ist, so sey (Fig. 25. Tab. 2.) die Zulage AB $= z$; BD ist aus (§. 25.) $= \sqrt{\left(\frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{3m} + \frac{d^2}{3}\right)}$ $- d$; folglich $BC = \sqrt{\left(\frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{3m} + \frac{d^2}{3}\right)}$. Der Innhalt des Rechteks $AF = az$, dessen Hebelarm $OC = \sqrt{\left(\frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{3m} + \frac{d^2}{3}\right)} + \frac{1}{2} z$; dessen Moment $\frac{az^2}{2} + az\sqrt{\left(\frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{3m} + \frac{d^2}{3}\right)} = P$ der alleinigen

Brustwehr Druk. Daraus $z = \sqrt{\left(\frac{2P}{a} + \frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{3m} + \frac{d^2}{3}\right)} - \sqrt{\left(\frac{\sin.\Phi^2 a^2 n}{3m} + \frac{d^2}{3}\right)}$ oder $z = \sqrt{\left(\frac{2P}{a} + \frac{a^2}{9} + \frac{d^2}{3}\right)} - \sqrt{\left(\frac{a^2}{9} + \frac{d^2}{3}\right)}$.

Daraus ist zu folgern: je grösser die Mauerhöhe a, je kleiner muß z werden. Denn die positive und negative Grösen wachsen in ihren Theilen $\frac{\sin.\varphi^2 a^2 n}{3m} + \frac{d^2}{3}$ gleich viel; der Theil $\frac{2P}{a}$ aber, um welchen die positive Grösse, grösser als die negative ist, nimmt immer ab, wie a grösser ist. Folglich könnte blos in dieser Betrachtung bei ungewöhnlich hohen Mauern von der Brustwehr gar abstrahirt werden; jedoch es könnte die Frage entstehen, ob dadurch die Mauer nicht zu dünne, und die Brustwehr EA (Fig. 26. Tab. 2.) mit dem Dreiek FAC die Mauer in CD umwerfen könne; allein hier ist leicht einzusehen, daß diese Besorgniß unnöthig sey.

§. 59.

Aufgabe. Den Druk der Erde gegen eine halbe Futtermauer zu finden.

Erster Fall. (Fig. 27. Tab. 2.) PW sey die Mauerhöhe = a; Dy sey die Höhe der aufgeführten Erde AP. Ist OP parallel mit der Abschiebungslinie der Erde DW; so ist diese Aufgabe im (§. 50.) schon ganz aufgelöst; indem der nämliche Fall bei

der

der Brustwehr eintritt, wie aus den gleichnamigten Buchstaben in dieser und dortigen Figur deutlich erhellet.

Den Druk allgemein ausgedrükt finden wir daselbst $\frac{n\,l\,a\,\sin.\Phi\cos.\Phi x}{m} - \frac{n\,l\,x^2\cos.\Phi}{2m}$, und da $x = a$, so ist $\frac{n\,l\sin.\Phi\cos.\Phi\,a^2}{m} - \frac{n\,l\,a^2\cos.\Phi^2}{2m}$, und wenn der Winkel $DGy = 45^\circ$ und $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$ ist, so ist der Ausdruk für den Druk $= \frac{a^2 l}{6}$, welcher ein sehr kurzer Ausdruk und eben derselbe ist, den wir (§. 50.) fanden.

Zweiter Fall. Wenn (Fig. 28. Tab. 2.) die Böschung BP nicht mit der Abschiebungslinie DW parallel ist, so hat man nebst dem vorigen Druk in rigore mathematico noch das Dreiek OPB in Betrachtung zu ziehen, welches mit seiner ganzen Schwere auf der schiefliegenden Fläche OP herabsinkend, gegen den Punkt P allein wirket. Folglich ist dieses Dreieks Moment auszudrüken durch den respektiven Innhalt desselben, multiplizirt mit WL. Es sey $OB = b$, das übrige wie oben, so ist des Dreieks Innhalt $= \frac{lb}{2}$; $1 : \cos.\Phi = \frac{lb}{2} : \frac{\cos.\Phi\,lb}{2}$ die respektive Schwere; $1 : \sin.\Phi = PW\,(a) : WL = a\sin.\Phi$ der Hebelarm; und $\frac{n\,l\cos.\Phi\sin.\Phi\,ba}{2m}$ das Moment des Dreieks.

Der ganze Erddruk ist demnach im ersten Fall

$$\frac{n\cos.\Phi\,l\sin.\Phi\,a^2}{m} - \frac{n\cos.\Phi^2\,la^2}{2m} + \frac{n\,a^3\,l\cos.\Phi}{6m}$$

oder

oder beim Abschiebungswinkel von 45° $\frac{a^2 l}{6} + \frac{a^3}{18}$.

Im dritten Fall. $\frac{n \cos.\Phi\, l \sin.\Phi\, a^2}{m}$ —

$\frac{n \cos.\Phi^2\, l a^2}{2m} + \frac{n a^3 l \cos.\Phi}{6m} + \frac{n l b a \cos.\Phi \sin.\Phi}{2m}$

oder beim Winkel von 45°, $\frac{a^2 l}{6} + \frac{a^3}{18} + \frac{bal}{6}$.

Da gewöhnlich die Böschungsanlage BD der halben Höhe Dy gleich gemacht wird, also BE = OB = $\frac{1}{2}$ l, so verkürzt sich der lezte Ausdruk noch mehr, und wird $\frac{al^2}{6} + \frac{a^3}{18} + \frac{al^2}{6.2}$.

§. 60.

Zusaz. Wenn eine Berme zugegen ist, wie (Fig. 29. Tab. 4.), so ist $\sin.\Phi$; $\cos.\Phi$ = AD (g): AV = $\frac{g \cos.\Phi}{\sin.\Phi}$ und WV = $a - \frac{g \cos.\Phi}{\sin.\Phi}$; folglich des Parallelograms BG Druk ((§. 50.) wo wir $\frac{a^2 l}{6}$ gefunden, und hier $a = a - \frac{g \cos.\Phi}{\sin.\Phi}$) wird seyn $\left(a - \frac{\cos.\Phi\, g}{\sin.\Phi}\right) \frac{^2 l}{b}$; dazu der Druk des Dreieks GAW giebt nun $\left(\left(a - \frac{\cos.\varphi\, g}{\sin.\varphi}\right) \frac{^2 l}{b} + \frac{a^3 \cos.\varphi^2}{6}\right)$ $\frac{n}{m}$, oder wenn DGy = 45°, $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$, so ist (a =

1) $\frac{^2l}{9} + \frac{a^3}{9}$. Der ganze Druk für den ersten Fall, wenn BPG = 45°.

Lauft aber die Böschung wie OD, so hätten wir noch des Dreieks BOP Moment hinzuzusezen, welches im (55. §.) war $\frac{n \cos.\varphi l b a \sin.\varphi}{2m}$, oder izt da a = a − $\frac{\cos.\varphi g}{\sin.\varphi}$, so heißt $\frac{n \cos.\varphi l b a \sin.\varphi}{2m} - \frac{n \cos.\varphi^2 l b g}{2m}$.

Der ganze Druk also im zweiten Fall $\frac{n}{m}\left(a - \frac{\cos.\varphi g}{\sin.\varphi}\right)^2$

$\frac{1}{6} + \frac{a^3 \cos.\varphi^2}{6} + \frac{\cos.\varphi l b a \sin.\varphi}{2} - \frac{\cos.\varphi^2 l b y}{2}$

und wenn DGy = 45°, und $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$, so ist (a −

1) $\frac{^2l}{9} + \frac{a^3}{9} + \frac{lba}{6} - \frac{lbg}{6}$.

§. 61.

Aufgabe. Die Dike einer halben Futtermauer zu finden, welche ihrem Druk das Gleichgewicht hält.

Auflösung. Der Widerstand der Mauer ist wie im (§. 25.) auszudrüken durch $\frac{ay^2 + 2ady}{2} + \frac{ad^2}{3}$ wo a = PW; heißen wir den Erddruk P, so ist $\frac{ay^2 + 2ady}{2} + \frac{ad^2}{3} = P$ und $y = \pm \sqrt{\left(\frac{2P}{2} + \frac{d^2}{3}\right)} - d$ die obere Dike. Sezt man für P einen oder

den

den andern der zwei im (§. 55.) gefundenen Werthe, so ist y bestimmt gefunden. Es sey $P = \frac{a^2 l}{6} + \frac{a^3}{18}$, so ist die Dike der halben Futtermauer $y =$

$$\frac{}{V\left(\frac{al}{3} + \frac{a^2}{9} + \frac{d^2}{3}\right)} - d.$$

Man sehe die zweite und dritte Tabelle, welche nach dieser Formel berechnet worden.

§. 62.

Aufgabe. Den Druk der Brustwehr gegen eine halbe Futtermauer zu finden.

Auflösung. Wenn wir alle Benennungen des (§. 55.) beibehalten, so ist der Druk von DOPW wie dort, im Fall, wenn OP mit DW parallel ist (Fig. 32. Tab. 4.) $\frac{n \cos.\varphi l \sin.\Phi a^2}{m} - \frac{n \cos.\varphi^2 a^2}{2m}$

$+ \frac{na^3 l \cos.\varphi}{6m}$. Heißt man nun AF = q, EO = r, so ist der Druk von ACOE = $\frac{narq \cos.\varphi \sin.\varphi}{m} -$

$\frac{nqr^2 \cos.\varphi^2}{m^2}$ [aus (§. 55.) wo wir fanden $\frac{na\,xl \cos.\varphi}{m}$

$\frac{\sin.\varphi}{} - \frac{n \cos.\varphi^2 x}{3.2}$; hier aber l = q und x = r ist:]; also gesammter Druk $\frac{nla^2 \cos.\varphi \sin.\varphi}{m} - \frac{nl \cos.\varphi^2 a^2}{2m}$

$+ \frac{na^3 l \cos.\varphi}{6m} + \frac{narq \cos.\varphi \sin.\varphi}{2m} - \frac{nqr^2 \cos.\varphi^2}{2m}$ oder

$\frac{a^2 l}{6} + \frac{a^3}{28} + \frac{arq}{3} - \frac{qr^2}{2.3}$. Wenn OP nicht paral-
lel mit DW lauft, so ist der Druk von DOPW =
$\frac{nl \sin.\varphi a^2 \cos.\varphi}{m} - \frac{nl^2 a^2 \cos.\varphi}{2m} + \frac{na^3 l \cos.\varphi}{6m} +$
$\frac{nlba \sin.\varphi l \cos.\varphi}{2m}$ (§. 55.) Die Brustwehr hat zwei
Theile, heißen wir EO = p, so ist des Theils CE
Druk = $\frac{naq \cos.\varphi \sin.\varphi p}{m} - \frac{nq \cos.\varphi^2 p^2}{2m}$ (§. 46.).
Der Druk von COBG ist dessen Innhalt mit WL
multiplizirt, heißen wir den Innhalt = s^2, die re-
spektive Schwere DG (1): $\sin.\varphi = s^2 : \sin.\varphi s^2$; der
Hebelarm 1: $\sin.\varphi$ = PW (a): WL = a $\sin\varphi$
also $\frac{n \sin.\varphi s a}{m}$ dessen Moment; folglich der ganze
Druk in diesem Falle $\frac{nl \cos.\varphi \sin.\varphi^2 a^2}{m} - \frac{nl \cos.\varphi^2 a^2}{2m}$
$+ \frac{na^3 \cos.\varphi^2 l}{6m} + \frac{nl \cos.\varphi ba \sin.\varphi}{2m} + \frac{naq \sin.\varphi \cos.\varphi p.}{m}$
$- \frac{nq \cos.\varphi^2 p}{2m} + \frac{n \cos.\Phi \sin.\Phi s^2 a}{m}$ oder bei 45°,
$\frac{a^2 l}{6} + \frac{a^3}{18} + \frac{bal}{6} + \frac{aqp}{3} - \frac{qp^2}{6} + \frac{s^2 a}{3}$ und
wenn OB = b = $\frac{1}{2}$ l, so ist der Druk $\frac{a^2 l}{6} +$
$\frac{a^3}{18} + \frac{al^2}{12} + \frac{aqp}{3} - \frac{qp^2}{6} + \frac{s^2 a}{3}$.

§. 63.

Aufgabe. Die Dike einer mit einer Brustwehr beschwerten halben Futtermauer zu finden.

Auflösung. Die Auflösung befindet sich schon in der Aufgabe des 56. §., wo $y = \sqrt{\left(\frac{2P}{a} + \frac{d^2}{3}\right)} - d$ gefunden wird, und man für P nur einen der in voriger Aufgabe gefundenen Werthe sezen darf. Man sehe die fünfte und sechste Tabelle, welche nach dieser Formel berechnet worden.

§. 64.

Aufgabe. Den Druk der Erde, welche mit einem Cavalier belastet ist, zu finden. (Fig. 33. Tab. 4.)

Auflösung. Allgemein ist diese Aufgabe schon durch die Aufgabe des 46. §. aufgelößt; indem man nur wie dort mit der Abschiebungslinie aus allen Ekken der Figur Linien ziehen darf, um dadurch die Figur in Trapezen, Parallelogrammen und Dreieke einzutheilen, deren Momente man nach gedachter Aufgabe finden kann. Leichter ist die Methode, wo die Erde ABC vernachläßiget, und dafür AEFC für voll angenommen wird, wo wir den Druk der verschiedenen Theile schon gefunden haben, und gewissermassen nur abschreiben dürfen; und zwar

Erstens. Den Druk von der Figur GBAETW finden wir (§. 50.) $\frac{n \cos.\varphi L a \sin.\varphi r}{m} + \frac{n \cos.\varphi^2 L r^2}{2m} + \frac{n a^3 \sin.\varphi^2}{Cm}$ - - oder beim Abschiebungswinkel von 45°,

$\frac{arL}{3} - \frac{Lr^2}{6} + \frac{a^3}{18}$, wo TW = a; AE = r; Ax = L.

Zweitens. Den Druk des Parallelograms DG SF finden wir (§. 56.) $\left(a - \frac{\cos.\Phi g}{\sin.\Phi}\right)^2 \frac{1}{6}$ oder beim Winkel von 45°, $(a - g)^2 \frac{1}{6}$ wo ST = g und Dy = 1.

Drittens. Den Druk von der höhern Brustwehr CAEF finden wir (§. 54.) $\frac{n\left(a - \frac{\cos.\varphi g}{\sin.\varphi}\right) rq \cos.\varphi \sin.}{m}$

$- \frac{nq \cos.\varphi^2 r^2}{2m}$ oder bei 45°, $(a-g) \frac{rg}{3} \frac{qr^2}{6}$; wo ST = g; Dy = 1; Az = q.

Folglich den ganzen Druk $\frac{n \cos.\varphi La \sin.\varphi r}{m} -$

$\frac{n\cos.\varphi^2 Lr}{2m} + \frac{na^3 \sin.\varphi^2}{6m} + \left(a - \frac{\cos.\varphi g}{\sin.\varphi}\right)^2 +$

$\frac{n\left(a - \frac{\cos.\varphi g}{\sin.\varphi}\right) rq \cos.\varphi \sin.\varphi - \frac{nq \cos.\varphi^2 r^2}{2m}}{m}$ oder

bei 45°, $\frac{arL}{3} - \frac{Lr^2}{6} + \frac{a^3}{18} + (a-g)^2 \frac{1}{6} +$

$(a-g) \frac{rg}{3} - \frac{qr^2}{6}$; ist LW oder a − g = u so ist

der Ausdruk noch kürzer $\frac{arL}{3} - \frac{Lr^2}{6} + \frac{a^3}{18} + \frac{u^2 l}{6} +$

E

$+ \frac{urq}{3} - \frac{qr^2}{6}$ der gesammte Druk.

Es kann wohl nie zutreffen, daß ein ganzer Cavalier auf eine Mauer druken könne; denn sie müßte höher seyn, als man in der Befestigung findet. Bei besondern Fällen mag man die Rechnung selbst machen; dieserwegen wäre eine Tabelle überflüßig.

§. 65.

Zusaz. Wenn ein Gebäude als Wachthaus, Caponiere, Magazin u. s. w. eine Futtermauer belastet, dessen Druk zu bestimmen wäre, so ziehe man durch den Mittelpunkt der Schwere O des Gebäudes (Fig. 34. Tab. 4.) — welches, wenn dieses regulär ist, in die Mitte desselben fällt — mit der Abschiebungslinie der Erde eine Parallel OLV, und multiplizire die auf seine respektive Schwere reduzirte Schwere des Gebäudes mit CV (*). Da wir statt der Schwere im-

---

(*) Anmerkung des Herausgebers. Die Richtigkeit dieses Verfahrens des Verfassers läßt sich auf folgende Art beweisen. Es liege (Fig. 35. Tab. 4.) auf der schiefliegenden Fläche AB ein Körper ABCDFE, wovon wir DC parallel mit AB annehmen; die obere Figur EpnF dieses Körpers, soll was immer für eine Linie seyn. Dieser Körper will auf der schiefliegenden Fläche herabsinken, die Fläche BC hält ihn aber zurük, folglich empfängt sie von ihm einen Druk. Man denke sich den Körper in Elemente sopnmr getheilt. Ein solches Element drükt gegen den Punkt r, und sein Hebelarm ist Br. Den Theil mors erschwert omnp, hat aber doch auch keinen andern Hebelarm als Br, wenn mn noch so hoch wäre; und auch keinen andern, mn mag senkrecht oder schief auf den Horizont stehen. Da wir dieses wissen, so wollen wir die Kräfte der Theile pnmo besonders in Betrachtung ziehen. Es sey Dm = x; mo = dx; nm = y; AD = a, so ist der Inhalt ydx. Da die Hebelarme Bs, Br, BC, sich wie

immer die sich so verhaltende Inhalte genommen haben, so kann man auch hier den Flächeninhalt des Mauerwerks rechnen, welchen man nicht mehr mit $\frac{n}{m}$ zu multipliziren hat. Liegen im Gebäude Lasten, als Fässer, Munition u. s. w. so kann man mit einiger Beurtheilung sie schäzen, und einen Flächeninhalt dafür annehmen. Es wird hier auf eine große Genauigkeit nicht ankommen, und wir werden uns allemal hüten, nicht zu wenig anzunehmen. Auf Wällen wird es ohnehin sich nicht leicht treffen, daß man dahin schwere Gebäude sezet; gewöhnlich sind es leichte Wachthäuser, welche in Kriegszeiten weggebrochen werden. Wenn ein Gebäude längst einer Mauer BC (Fig. 36. Tab. 4.) stehet, welche länger als das Gebäude ist, so versteht sichs von selbst, daß die Mauer nur von D bis E verstärkt werden darf. Wenn man das ganze Gewicht des Gebäudes berechnen kann, so kann dieses Gewicht in einen gleichschweren Erdkörper verwandelt werden, wenn man das ganze Gewicht mit dem Gewicht der Erde, welches auf einen Kubikschuh 75 bis 80 Pfund beträgt, dividirt. Man

---

AO, Am, AD verhalten müssen, so wollen wir die lezten für die Hebelarme nehmen, also Am = a — x; folglich ydx (a — x) das Element, $\int ydx\,(a-x)$ das Moment des Körpers ADFE; es ist aber $\frac{\int ydx\,(a-x)}{\int ydx}$ der Mittelpunkt der Schwere, der M heißen soll, also $\frac{\int ydx\,(a-x)}{\int ydx} = M$, folglich $\int ydx\,(a-x) = M \int ydx$. Das ist: der Inhalt des Körpers ADFE, multiplizirt mit seiner Entfernung des Mittelpunkts der Schwere auf der Linie AD, ist dem Momente des ganzen Körpers gleich.

dividire sodann den Erdkörper mit der Länge des Gebäudes, so erhält man eine Fläche, welche gegen jeden Punkt der Mauer wirket. Diese Fläche mit CV (Fig. 34.) multiplizirt, giebt das Moment derselben.

§. 66.

Aufgabe. Den Druk der Erde gegen Futtermauern durch graphische Beihilfe zu finden.

Die Schwierigkeiten, die manche in Anwendung der gefundenen Formeln finden könnten, veranlaßten mich zu dieser Aufgabe.

Auflösung. Man theile die Figur, sie möge wie immer aussehen, durch Parallelen mit der Erdabschiebungslinie in Trapezen, Dreieke, und Parallelogramen. Man suche eines jeden solchen Theiles Schwermittelpunkt z. B. (Fig. 37. Tab. 4.) M von Trapez ABCD; O von AD GF u. s. w.; ziehe MN, OP u. s. w. parallel mit der Abschiebungslinie, auf diese ÍN perpendikulär, und messe sodann ÍN, ÍR, u. s. w.

Da man den Inhalt der Trapezen gefunden, und nun die Hebelarme gemessen hat, ist man im Stande die Momente derselben zu bestimmen. Es ist fast unnöthig zu erinnern, daß man diese Momente, in Ansehung der respektiven Schwere und in Ansehung der eigenthümlichen Schwere, reduziren müße. Wenn man die Figur genau nach einem Maaßstab verzeichnet, so kann man zum praktischen Gebrauch, alle Aufgaben damit genau genug auflösen.

§. 67.

Anmerkung. Verwandelt man die Brustwehre ABCD (Fig. 38. Tab. 4.) wie oben in das Parallelogram AECD, so ist der Mittelpunkt der Schwere im Durchschnittspunkt O der Diagonalen AC, CD.

CD. Die Parallel OL durchschneidet DC in G in zwei gleiche Theile. Man hat also nur nöthig aus dem Punkt G die Parallel zu ziehen, und die Perpendikulär FL darauf zu messen: welches die Arbeit ungemein erleichtert.

§. 68.

Bis hieher ist die Brustwehr auf ganze oder halbe Futtermauern wirkend, so wie in der (Fig. 25. Tab. 3.) betrachtet worden; nämlich als läge sie ganz hinter der Mauer, da doch ein Theil derselben auf der Mauer liegt, wie (Fig 39. Tab. 4.). Diesen Umstand in Betrachtung zu ziehen, wollen wir die Brustwehr GRDFB (Fig. 39. Tab. 4.) wie sonst in EDCB verwandeln. Ziehen wir AH parallel mit der Abschiebungslinie, so entsteht ein Parallelogram HABC, dessen Elemente MmnN nach der mit HA parallelen Richtung NM auf AB unter einem schiefen Winkel NMA wirken. Suchen wir den Werth der Potenz dieses Elements, welche es senkrecht auf AB ausübet, und multiplizieren wir ihn mit dem Hebelarm LO, so haben wir dessen Moment. Wir können aber auch die ganze Fläche AHCB zugleich betrachten, und ihre diesfällige Wirkung suchen.

Es sey demnach AB = y; DK = 1; der Inhalt von AHCB = 1y; dessen respektive Schwere ist DE (1): DK (cos. Φ) = 1y: cos. Φ1y. Mit dieser Potenz drükt AHCB auf AB unter einem schiefen Winkel HAK oder DEK; es verhält sich aber der senkrechte Stoß zum schiefen, wie der Sinus totus zum Sinus des Winkels DEK, oder wie DE: DK. Also DE (1): DK (cos. Φ) = cos. Φ1y: cos. $\Phi^2$1y. Da diese Potenz von Erde ist, so wird sie auf's Mauerwerk reduzirt, seyn $\frac{n \cos. \Phi^2 1y}{m}$. Der Hebelarm

auf LO ist $d + \frac{1}{2} y$; folglich das Moment von ABCH

$= \frac{n \cos.\Phi^2 l y}{m} \left(d + \frac{1}{2} y \right)$. Am Ausdruk der umstossenden Erdpotenz ändert sich nichts und bleibt wie (§. 50.) $\frac{n \cos.\Phi a \sin.\Phi x}{m} - \frac{n \cos.\Phi^2 l x^2}{2m}$; nur daß hier x oder AE kleiner als dort und zwar um AB ist, oder $x = p - y$, und der Brustwehr Druk ist

$\frac{n \cos.\Phi a \sin.\Phi}{m} (p-y) - \frac{n \cos.\Phi^2 l}{2m} (p-y)^2$

oder beim Winkel von 45° $\frac{al}{3} (p-y) - \frac{2}{6} (p-y)^2$

$= \frac{alp}{3} - \frac{aly}{3} - \frac{lp^2}{6} + \frac{lpy}{3} - \frac{ly^2}{6}$. Soll nun die Mauerdike gefunden werden, so ist sie nach (§. 18.) schon bekannt $\frac{ay^2 + 2ady}{2} + \frac{ad^2}{3} = \frac{a^3 \sin.\Phi^2 n.}{6m}$ wobei keine Brustwehr zugegen. Geben wir nun einerseits den Druk von ABCH und anderseits jener der Brustwehr EAHD hinzu, so wird $\frac{ay^2 + 2ady}{2}$

$+ \frac{ad^2}{3} + \frac{n \cos.\Phi^2 l y}{m} \left(d + \frac{1}{2} y \right) = \frac{a^3 \sin.\Phi^2 n}{6m} +$ P; oder im Fall des Abschiebungswinkel von 45 Graden wird $\frac{ay^2 + \frac{2a^2 y}{n} + \frac{a^3}{3n^2} + \frac{ly}{3} \left(\frac{a}{n} + \frac{1}{2y} \right)}{2}$

$= \frac{a^3}{18} + \frac{alp}{3} + \frac{aly}{3} - \frac{lp^2}{6} + \frac{lpy}{3} - \frac{ly^2}{6}$ das

aus findet man

$$y = \sqrt{\frac{(n^2+3)}{9n^2}x^2 + \frac{2l}{3n^2}(1-n)x - \frac{lp}{9nx}(3pn+2ln+2l) + \frac{l^2p^2}{9x^2} + \frac{2lp}{3n}(n-1) + \frac{l^2}{9n^2}(1+2n+n^2)} - \frac{x}{n} - \frac{l}{3n}(1+n) + \frac{lp}{3x}.$$

Man sehe die achte Tabelle, welche nach dieser Formel berechnet worden.

§. 69.

Zusaz. Wenn die Brustwehr nicht über die Abschiebungslinie DP hinausläuft, oder die Mauerhöhe nicht über AP fällt, so ist AP = EB — BA das ist: $a = p - y$ und $p = a + y$, die vorige Gleichung verwandelt sich nun $\frac{ay^2 + \frac{2a^2y}{n}}{2} + \frac{a^3}{3n^2} + \frac{ly}{3}$

$$\left(\frac{a}{n} + \frac{1}{2}y\right) = \frac{a^3}{18} + \frac{a^2l}{3} - \frac{la^2}{6} \text{ und}$$

$$\frac{ay^2 + \frac{2a^2y}{n}}{2} + \frac{a^3}{3n^2} + \frac{ly}{3}\left(\frac{a}{n} + \frac{1}{2}y\right) = \frac{a^3}{18} + \frac{a^2l}{6}.$$

Daraus $y = \sqrt{\left(\frac{(n^2+3)a^3 + (3ln^2+2l)a^2}{9n^2a + 3n^2l}\right)} - \frac{a}{n}$. Diese Gleichung gehört auch für die halben Futtermauern, wie (§. 59.) gewiesen worden.

§. 70.

Zusaz. Wenn die Erde eine halbe Futtermauer drükt, welche zur Böschung die halbe Höhe hat, das ist, wenn $MG = \frac{1}{2} DK$ (Fig. 40. Tab. 4.), so drükt noch besonders das Dreiek GMB auf die Mauer, dessen Inhalt ist $\frac{l^2}{2}$, die respektive Schwere $\frac{\cos.\Phi l^2}{2}$, der schiefe Druk $\frac{\cos.\Phi^2 l^2}{2}$; der Hebelarm LO ist $= \frac{1}{2} l$, also das Moment des Druks $\frac{\cos.\Phi^2 l^3}{4}$ oder beim Winkel von 45°, $\frac{l^3}{8}$; folglich erhält man die Gleichung

$$\frac{ay^2 + \frac{2ay^3}{n} + \frac{a^3}{3n^2} + \frac{aly}{3n} + \frac{ly^2}{6} = \frac{a^3}{18} + \frac{la^2}{6} + \frac{l^3}{8}}{2}$$

$$\text{und } y = \sqrt{\frac{(n^2+3)a^3 + (3ln^2+3l)a^2 + \frac{3}{4} l^3}{9n^2a + 3n^2l}} - \frac{a}{3a+l} - \frac{a}{n}$$

Man sehe die stehende Tabelle, welche nach dieser Formel berechnet worden.

§. 71.

Anmerkung. Man sieht, daß je höher eine Mauer ist, je größer werde AB (Fig. 39. Tab. 4.); je mehr dienet ein Theil von der Brustwehr ABCH um die Mauer zu erschweren, und desto kleiner wird der Theil EAHD, der gegen die Mauer drükt. Es

läßt

läßt sich folglich auf eine Mauerhöhe denken, wo die Dike AB so groß werden kann, daß der Vortheil von ABCH beträchtlicher ist, als der Nachtheil von EAHD; folglich daß eine Mauer ohne Brustwehr mehr Dike benöthigte, als eine mit einer Brustwehr. Dieses sieht man klar ein, wenn man sich eine solche Höhe der Mauer denkt, daß die Mauerdike gleich BK werden müßte; hier wäre der Druk der Brustwehr, um die Mauer umzustossen, zero, und ihre ganze Schwere diente zur Befestigung. Wollte man den Zuwachs suchen, den eine Mauer wegen der Brustwehr bekommen müßte, so muß dieser Zuwachs nicht nur immer kleiner werden, wie im vorhergehenden §. angemerkt wurde, sondern er müßte in einer grösern Höhe = o, und bei allen noch grösern Höhen negativ werden.

§. 72.

Anmerkung. Man erkennet leicht, daß eine ungewöhnliche Höhe der Mauer dazu gehörte, um den Zuwachs negativ zu erhalten. Bei gewöhnlichen Fortifikationsmauern wird AB selten 8 Schuh, also der Unterschied so beträchtlich nicht, daß wir anrathen sollten, diese sehr schwierige Rechnung, um den Werth von y zu finden, zu unternehmen. Behalten wir die leichtere Rechnungen der vorigen §§. bei, so erhalten wir zwar eine etwas zu starke Mauer, dafür uns um so weniger leid seyn darf, als in der Praxis noch ein Umstand in Betrachtung gezogen zu werden verdient, wie folgt.

§. 73.

Anmerkung. Wir haben AB (Fig. 39. Tab 4.) als eine horizontale Linie betrachtet, und in diesem Fall haben alle unsere Betrachtungen ihre Richtigkeit. Es stelle AH die Schwere von AHCB vor, wie sie unter der schiefen Richtung HAQ auf AB drükt; lösen wir sie in die senkrechte HQ und parallele AQ

mit AB auf, so ist QH der Werth des Drukes auf AB; aber QA — weil sie mit AB in einerlei Richtung liegt — hat auf keine Art eine Wirkung auf die Mauer. Ist aber die Mauer nicht horizontal, sondern läge schief, oder hätte Erhabenheiten, wie in (Fig. 41. Tab. 4.) vorgestellt ist, so hat die Kraft LA eine Wirkung gegen die Mauer AB um sie umzuwerfen; zwar wird die Wirkung nur klein seyn, weil der Winkel BAL bei der schiefen Lage, oder die Winkel der Erhabenheiten nur sehr stumpf seyn können. Da aber die Erhabenheiten in der Natur doch vorfindlich sind, so muß auch von dieser Wirkung etwas statt finden. Wollen wir uns von dem Gesagten ganz überzeugen, so denke man sich, die Mauer wäre in AB (Fig. 42. Tab. 4.) so ausgezakt, daß ma senkrecht auf der Abschiebungslinie NM stehe, und man wird einsehen, daß nun jedes Element MNnm einen Hebelarm OP bekomme, um die Mauer umzuwerfen. Wir haben demnach eine Ursache mehr, bei der leichten Rechnungsart zu bleiben, und alles, was hierüber gesagt worden, soll nur dazu dienen, um richtige Begriffe zu bekommen.

§. 74.

Anmerkung. Bei halben Futtermauern, wo die Böschung des Walles gleich auf den Kordon auffizt, mußte der Druk von AHCB (Fig. 39. Tab. 4.) noch beträchtlicher werden, da HQ nun des Walles Höhe vorstellet; mithin der Inhalt von AHCB größer als im vorigen ist, wo HO nur der Brustwehr Höhe vorstellte; weil aber meistentheils eine Berme gelassen wird, so wollen wir diesen Fall nicht ganz ausführen.

§. 75.

Aufgabe. Den Druk einer zwischen zwei Futtermauern liegenden Erde zu finden, wenn die Entfernung MO (Fig. 43. Tab. 4.) kleiner als FG ist.

Auf-

Auflösung. Hier kömmt nur der Druk des Parallelograms MHNF und des Dreieks INH zu untersuchen. Es sey ÍM = a; ÍH = b; HM = g; Mn = x; no = dx; so ist on ⋊ ÍN = sin. Φ dx der Inhalt des Trapezes op; dessen respektive Schwere I; cos. Φ = sin. Φ dx: cos. Φ sin. Φ dx. Der Hebelarm ML wird gefunden I : sin. Φ = x : x sin. Φ. Nun des Trapezes Moment sin. Φ^2 cos. Φ xdx dessen Summe $\frac{\sin.\Phi^2 \cos.\Phi x^2}{2} = \frac{\sin.\Phi^2 \cos.\Phi g^2}{2}$, wenn x = Hn = a — b = g gesezt wird. Um des Dreieks ÍHN Druk zu finden, sey Ír = x; mithin rs = dx. Nun cos.Φ : sin.Φ = Ír (x): ÍQ = $\frac{x \sin.\Phi}{\cos.\Phi}$

und ÍQ ⋊ rs = $\frac{\sin.\Phi x dx}{\cos.\Phi}$ des Elements Qs Inhalt.

Die respektive Schwere I : cos. Φ = $\frac{\sin.\Phi x dx}{\cos.\Phi}$: sin. Φxdx. Der Hebelarm MR, I: sin. Φ = Ms (a — x): MR = sin. Φ (a—x). Folglich das Moment von Qs = sin.Φ^2 (a—x) xdx; dessen Summe $\sin.\Phi^2 \left(\frac{ax^2}{2} - \frac{ax^3}{3}\right)$. Folglich der ganze Druk der Erde mit $\frac{n}{m}$ multiplizirt, giebt $\frac{n}{m}\left(\frac{\sin.\Phi \cos.\Phi g^2 e}{2} + \sin.\Phi^2 \left(\frac{ab^2}{2} - \frac{b^3}{3}\right)\right)$.

Zweite Auflösung. Der Inhalt des Parallelograms MHNF ist ge = HM ⋊ ÍN; dessen respektive Schwere I: cos. Φ = ge: cos. Φge. Der Schwere-

re-

remittelpunkt auf HM sey in o oder Mo $= \frac{1}{2}$ g; folglich 1 : sin.Φ = Mo $\left(\frac{g}{2}\right)$: ML $= \frac{g \sin.\Phi}{2}$; folglich cos.Φge $\times \frac{g \sin.\Phi}{2} = \frac{\sin.\Phi \cos.\Phi e g^2}{2}$; also das Moment des Parallelograms eben das, wie wir in der ersten Auflösung fanden. Der Inhalt des Dreiecks HÍN ist $\frac{b^2 \sin.\Phi}{2 \cos.\Phi}$; dessen respektive Schwere $\frac{b^2 \sin.\Phi}{2}$. In s sey der Schwermittelpunkt auf ÍH oder sH $= \frac{b}{3}$; folglich sM $= a - b + \frac{b}{3} = a - \frac{2b}{3}$, und der Hebelarm RM ist $= \sin.\Phi\left(a - \frac{2b}{3}\right)$ und $\frac{b^2 \sin.\Phi}{2} \cdot \sin.\Phi\left(a - \frac{2b}{3}\right) = \sin.\Phi^2 \left(\frac{ab^2}{2} - \frac{b^3}{3}\right)$ = dem Moment des Dreiecks HÍN; also der Druk der gesammten Erde $\frac{n}{m}\left(\frac{\sin.\Phi \cos.\Phi e g^2}{2} + \sin.\Phi^2 \left(\frac{ab^2}{2} - \frac{b^3}{3}\right)\right)$ welches durch die erste Auflösung auch gefunden wurde.

§. 76.

Zusaz. Je entfernter die Mauer OC von BI gesezt wird, je kleiner wird MH = g; wenn dies endlich zero wird, so muß die Mauer OC in G stehen; damals drukt das ganze Dreiek ÍMG auf die Mauer;

Mauer; denn ÍH = ÍM oder b = a. Sezen wir nun g = o; a = b; so wird $\frac{n}{m}\left(\text{sin.}\Phi\left(\frac{a^3}{2}-\frac{a^3}{3}\right)\right)$

$= \frac{n}{m}\ \text{sin.}\Phi^2\ \frac{a^3}{6}$.

§. 77.

Zusaz. Statt b den gleichen Werth a — g, und statt e den Werth $(a-g)\ \frac{\text{sin.}\Phi}{\cos.\Phi}$ genommen, so erhält man

$$\frac{n}{m}\left(\frac{\text{sin.}\Phi^2 g^2(a-g)}{2}+\text{sin.}\Phi^2\left(\frac{a}{2}(a-g)^2\right)+\left(\frac{a-g}{3}\right)^2\right)=\frac{n}{m}\Phi^2\left(\frac{ag^2-g^3}{2}\right)+\frac{a^3-2a^2g+ag^2}{2}$$

$$-\frac{a^3}{3}+a^2g-ag^2+\frac{g^3}{3}=\frac{n}{m}\ \text{sin.}\Phi^2\left(\frac{a^3-g^3}{6}\ \frac{g^3}{6}\right)$$

$= \frac{n\ \text{sin.}\Phi^2}{6m}(a^3-g^3)$; das ist: der Druk der Erde ist gleich dem Druk des ganzen Dreieks ÍMG weniger dem Druk des Dreieks NFG.

§. 78.

Zusaz. Der Druk der Drieke $\underline{\text{ÍMG}}$, $\underline{\text{FNG}}$ verhält sich nach (§. 11.) wie $\overline{\text{ÍM}}^3 : \overline{\text{NF}}^3$; also nach obigen §. GÍM — GNF : $\text{GÍM} = \frac{\overline{\text{ÍM}}^3}{\overline{\text{NF}}}$ —

$\overline{NF}^3 : \overline{IM}^3$. Der Druk der Erde IMFN verhält sich zum Druk eines Dreieks GIM wie die Differenz der Kubi der Erdhöhen zum Kubus der Erdhöhe des Dreieks.

§. 79.

Anmerkung. Um die Mauerdike zu finden, bedient man sich der Aufgabe des (§. 17. und 18.), wo man nur statt der Potenz $\frac{a^3}{18}$ den hier gefundenen Ausdruk zu nehmen hat.

§. 80.

Anmerkung. Wenn man betrachtet, daß zwischen zwei gleichhohen Futtermauern, deren Höhe der Erdhöhe, und ihre Entfernung der Höhe gleicht — den Abschiebungswinkel zu 45° angenommen — das ganze Dreiek INH wirket, welches der gewöhnliche Fall ist, wenn die Höhe um die Helfte und auch mehr als ihre Entfernung grösser ist, das abzuziehende Dreiek NFG von einiger Beträchtlichkeit würde. Eben so, daß im wirklichen Bau ungewöhnlich — man dürfte sagen unnüz ist, daß Mauern, die von 36′ bis 50′ und noch mehreren Schuhen Höhe haben, nur 18, 25 u. s. w. Schuhe Entfernung haben sollten; indem ein so kleiner Terre-plain ohne auf Brustwehren und andere Befestigungsabsichten zu denken, zwekwidrig wäre; Kommunikationswerke aber von besagten Höhen, wirthschäftlicher über Gewölbbögen gespannt würden u. s. w.; so folgt, daß diese Untersuchung blos eine theoretische sey. Sie dienet für die Praxis nur insofern als Anleitung, daß wegen hinter einer oder zwischen zwo Futtermauern liegenden Erde, die Mauerdiken immer gl ich stark gebaut werden müssen, — wie auch bei hohlen sowohl als vollen Bastionen.

Stellt

§. 81.

Stellt man sich zwei Mauern (Fig. 44. Tab. 4.) in einem Winkel vereinigt vor, und betrachtet sie als ein unzertrenliches Ganzes, so erkennet man, daß die Erde, welche längst der Seite GF liegt, den ganzen Mauerkörper ABDEFG über die Linie AB umzuwerfen trachtet, so wie die Erde längst EF ihn über BD umwerfen will.

Das Moment des Erddruks längst GF ist $\frac{\text{sin.}\Phi^2\, a^3\, n}{6m} \times b$ vermög (§. 17.), wenn GF $=$ b.

Das Moment der Mauer AF aber ist $\frac{ay^2}{2} \times b$, wenn wir sie, um leichter zu arbeiten, rechtwinklicht annehmen. Das Moment des Theils BE ist aus nämlichen Gründen $\frac{al^2}{2} \times z$, wenn BD $= l$; ED $= z$ angenommen werden. Im Fall des Gleichgewichts mußte also $\frac{\text{sin.}\Phi^2 a^3}{6m} \times b = \frac{ay^2 b}{2} + \frac{al^2 z}{2}$ seyn; woraus sich der Werth von y oder die Mauerdike AG finden ließ.

§. 82.

Man wird bald sehen, daß es überflüßig wäre, diese Rechnung auszuführen, genug ist's, wenn man einsieht, daß die Mauer BE mit einem Hebelarm HO dem Erddruk widersteht, um nachstehende Folgerungen daraus ziehen zu können.

Erstens. Je länger der Theil BE ist, je dünner kann die Mauerdike AG gemacht werden.

Zweitens. Wenn das Moment der Mauer BE dem Moment des Erddruks hinter GF gleich ist, so

muß

muß die Mauerdike AG $= \frac{I}{\infty} = o$ ausfallen, ja es läßt sich

Drittens eine solche Länge BD denken, daß das Moment dieser Mauer, das Moment des Erddruks überwiege, in welchem Fall die Rechnung eine negative Mauerdike geben muß.

Aus diesen Betrachtungen ersieht man, daß sich hier die Theorie mit der Praxis nicht wohl vertrage; wir werden sie aber bald wieder zu vereinigen suchen.

§. 83.

Eben so läßt sich der Erddruk längst der Mauer FE und der Widerstand der Mauer BE, samt jenen der Mauer BG, welche mit dem Hebelarm RS wirket, in Berechnung nehmen, und daraus die Mauerdike ED finden. Wir bemerken nur, daß wenn AB $=$ BD, so müßte die Mauerdike AG der Mauerdike ED gleich werden: ist hingegen AB länger als BD, so werde auch AG diker als ED.

§. 84.

Sezen wir nun, wir hätten eine winklichte Mauer mit ihrem Erddruk ins Gleichgewicht gesezt, wo dann die vordere Mauer ganz dünne ausgefallen seyn könnte. So lang wir, wie anfänglich gesagt worden, alles als ein unzertrennliches Ganzes ansehen, hätten wir für die Mauer nichts zu sorgen. Allein die Mauer ist nicht unzertrennlich, wir müssen also sehen, ob wir nicht in dieser Betrachtung etwas zu fürchten haben. Und wirklich ist zu besorgen, daß die Erde die Mauer an einem oder dem andern Ort IK oder CF abbrechen werde. Jeder Ort in der Mauer GF Z. B. KI leidet eine solche Gewalt, welche von jedem in a, in b, in c, u. s. w. liegenden Erdendreiek mit ihrem Hebelarm aK, bK, cK u. s. w. multiplizirt, herrührt. Wäre nun diese Gewalt

walt stärker als der Zusammenhang der Mauer in IK, so würde daselbst ein Bruch entstehen. Daß kein Ort in der ganzen Mauer mehr einen Bruch zu fürchten habe, als dort, wo beide Mauern in CF zusammenstossen, sieht man daraus ein, daß sowohl mehr Erde, als längere Hebelarme bei der brechenden Gewalt vorkommen. Ist die Mauer in CF versichert, so ist sie es für jeden andern Ort. Aus dem folgt, daß man wirklich eine winklichte Mauer dünner, als eine gerade bauen könne, doch nur bis zu einer gewissen Verminderung, welche von der Länge der Mauer und Festigkeit der Materialien abhängt.

§. 85.

Gesezt nun, wir hätten eine winklichte Mauer AFD gebaut, deren Theil AF, einzeln betrachtet, der umstossenden Gewalt der Erde nicht widerstehen würde, allein wegen ihrem Zusammenhang in CF — beiseits den längern Hebelarm, welcher bevor getrennt werden müßte — doch noch widersteht; so hätten wir gegen eine solche Bauart folgendes einzuwenden.

Erstens. Könnte man an Verminderung der Mauer nicht viel gewinnen, besonders wenn es lange Mauern, als 180 Schuh lange Flanken, 300 Schuh lange Façen, 480 Schuh lange Kourtinen beträfe; indem da die brechende Kraft sehr lange Hebelarme hat. Noch auffallender wird, daß hier keine Mauerverminderung zu gewinnen sey; da sonst die Mauern einer Festung, eines geschlossenen Orts, eines Polygons, ohne Hinsicht auf Trennung, Zerreissung, mit halben Ziegeln gebaut werden dürften.

Zweitens. Ist es allemal gefährlich, beständig eine Kraft zu haben, welche an CF wiegte, wenn da durch einen Zufall, oder durch das stete Wiegen die Materie oder der Mörtel — welches gleich anfangs, wenn er noch weich ist, geschehen kann — sich trennt;

so ist die umstossende Kraft dem Mauerwiderstand überwachsen, und die Mauer wird von A bis C überstürzen.

Drittens. Was wir im vorigen Nro. dem Zufall zugeschrieben, begegnet uns in der Kriegsbaukunst sicher. Wenn bei Brech-Schüssen an einem Eke oder auch an einem andern Ort, die Mauer nur zur Helfte getrennt ist, so würde gleich darauf die ganze Mauer ihrer Länge nach zusammenstürzen. In eine solche Mauer Bresche zu schießen, hätte man nur nöthig in einer Entfernung, als man die Bresche breit haben will, zwei Streifen blos von eines Schuhes Breite, bis ungefähr in die halbe Mauer zu schießen, und so könnte man in ein paar Stunden eine ausgiebige Bresche erhalten.

§. 86.

Es ist also billig, daß wir mit Belidorn jede gerade Seite einer winklichten Mauer, als eine einzelne freistehende Mauer in Berechnung bringen, und auf den Zusammenhang mit nebenstehenden Mauern gar nicht sehen. Aus welcher Ursache wir uns auch in diesen §§. nicht viel in Bestimmung der brechenden Kraft und der Mauerverminderung einließen; doch führen diese Betrachtungen zum Uebergang in die Theorie

Von Strebepfeilern.

§. 87.

Es stelle **ABCD** (Fig. 45. Tab. 4.) den Grundriß einer Mauer vor, welche dem Druk der Erde das Gleichgewicht halten soll. Man nehme einen Theil BEFC davon, und verwandle ihn in einen Pfeiler GÍHK von nämlichem Inhalt: so ist klar, daß dieselbe Maße Mauer am leztern Ort mehr als am erstern

wir-

wirken wird, weil sie da mit dem Hebelarm Lp, und dort mit dem Hebelarm Lo wirket; folglich läßt sich mit einem Pfeiler Mauerwerk ersparen.

§. 88.

Aufgabe. Den Widerstand einer Mauer samt Strebepfeilern auszudrüken.

Auflösung. Es sey (Fig. 45. Tab. 4.) AE = x; NM = y; GH = z; die Länge der Mauer AD = l; die Höhe ME = h; das Mauerrecht = g; so ist das Moment der Mauer $AM = \frac{lhg^2}{3} +$ $lhx\,X\left(g + \frac{1}{2}x\right)$ nach (§. 28.). Das Moment des Strebepfeilers $ER = yzh\left(g + x + \frac{1}{2}z\right)$; folglich der Widerstand der ganzen Mauer

$$\frac{lhg^2}{3} + lhgx + \frac{lhx^2}{2} + ghyz + hxyz + \frac{hyz^2}{2}.$$

§. 89.

Wenn der gefundene Widerstand seinem Erdtruk P das Gleichgewicht halten soll, so erhalten wir folgende Gleichung:

$$\frac{lg^2}{3} + lgx + \frac{lx^2}{2} + gyz + xyz + \frac{y^2z}{2} = \frac{Pl}{h}$$ daraus wird

$$y = \frac{\frac{Pl}{h} - \frac{1}{3}lg^2 - lgx - \frac{1}{2}lx^2}{\left(g + x + \frac{1}{2}z\right)z}$$

ches die Formel zur Bestimmung der Pfeilerdike gäbe,

wenn uns die Mauerdike NM und des Strebepfeilers Länge Kí gegeben wäre. Wäre die Mauerdike $x = o$, so wird aus voriger Formel

$$y = \frac{\frac{Pl}{h} - \frac{1}{3} lg^2}{(g + \frac{1}{2} z) z}$$

für eine dreiekigte Mauer.

Wäre aber $g = o$, so bekäme man folgende Formel für eine rektangulâre Mauer

$$y = \frac{\frac{Pl}{h} - \frac{1}{2} lx^2}{(x + \frac{1}{2} z) z}.$$

§. 90.

Aus der Hauptformel des vorigen §. findet man

$$x = \sqrt{\left(\frac{2P}{h} + \frac{g^2}{3} - \frac{yz^2}{l} + \frac{y^2 z^2}{l^2}\right)} - g - \frac{yz}{l}$$

welches die Formel zur Bestimmung der Mauerdike wäre, wenn des Strebepfeilers Länge und Dike gegeben ist.

§. 91.

Endlich finden wir auch, aus eben der Formel

$$z = \frac{\frac{Pl}{h} - \frac{1}{3} lg^2 - lgx - \frac{1}{2} lx^2}{y(g + x + \frac{1}{2} y)}$$

welche Formel zur Bestimmung des Strebepfeilers Länge dienet, wenn die Mauer und Strebepfeilers Dike gegeben wäre.

§. 92.

§. 92.

In der Hauptformel des (88. §.) haben wir drei unbekannte Grösen; ste giebt demnach unendlich viele Auflösungen. Da man Strebepfeiler zur Ersparung des Mauerwerks bauet, und wenn wir blos auf diesen Umstand sehen; so müßte man die Strebepfeiler unendlich lang, die Mauer und Strebepfeilersdike aber unendlich dünne machen. So mathematisch richtig dieses ist, so wenig ist es praktisch möglich. Also von einer andern Seite die Sache betrachtet.

§. 93.

Die Länge der Strebepfeiler hängt von der Höhe ab; denn ein Strebepfeiler ist wie ein Gewicht zu betrachten, welches hinter der Mauer angebracht ist, und sich von der Mauer losmachen will. Je höher nun der Strebepfeiler ist, je grösser ist die zusammenhängende Fläche, je ein grösseres Gewicht ist ste auszuhalten fähig, das ist: desto länger kann man den Strebepfeiler machen. Vauban hat dieses schon eingesehen und Belidor ist ihm gefolgt. Obschon uns ersterer sein Gesez zur Strebepfeilerslänge nicht entdekt, und es vermuthlich aus seiner vielfältigen Erfahrung hergenommen, so läßt sich doch folgendes Gesez erweisen:

§. 94.

Daß sich die Strebepfeilerlänge, wie die Quadratwurzeln der Höhen verhalten. Denn es sey (Fig. 46. Tab. 4.) AF der Strebepfeiler, welcher aus unendlich vielen Elementen ABDE zusammengesezt betrachtet werden kann, wovon jedes durch seine Schwere sich vom Zusammenhang in AB, oder alle zusammen sich vom Zusammenhang in ABCG zu trennen suchen. Bricht das Element AD ab, so ge-

schieht die Bewegung über den Punkt A, also ist A das Hypomochlion, und das Moment des Elements ist der Inhalt desselben, oder Q ⋈ AR oder Q ⋈ $\frac{AE}{2}$. Es sey AE = l; AB = h; folglich des Elements Moment = $\frac{l^2h}{2}$. Der Zusammenhang eines jeden Körperchens auf der Linie AB ist unter sich gleich, und kann durch das Differenziale der Linie AB ausgedrukt werden. Es sey also AM = x, Mm = dx; das Moment des unendlich kleinen Theils ist Mm ⋈ AM = xdx, also die Summe aller $\frac{x^2}{2}$, oder der ganzen Linie AB = $\frac{h^2}{2}$. Im Fall des Gleichgewichts ist $\frac{l^2h}{2} = \frac{h^2}{2}$ und bei jeder andern Länge L, $\frac{L^2h}{2} = \frac{H^2}{2}$; folglich $l^2 : L^2 = h : H$ oder $l : L = \sqrt{h} : \sqrt{H}$. Mit diesem Saz stimmt auch Vaubans Längenmaß so ziemlich überein, wenn man das Längenmaß des Strebepfeilers für eine Mauer mittlerer Höhe zum Fundament annimmt. (*)

§. 95.

(*) Anmerkung des Herausgebers. Die höchsten Wälle sind in den gewöhnlichsten Fällen nicht über 40 Schuh hoch; nimmt man, wie der Verfasser will, diese mittlere Höhe aus Vaubans Tabelle zum Fundament, so lassen sich die Längen der Strebepfeiler für jede andere Höhe finden. In nachstehender Tafel haben wir sowohl Vaubans als des Verfassers herauskommende Längen zur Vergleichung hergesezt.

§. 95.

Sobald man die Länge der Strebepfeiler aus der Höhe bestimmen kann, es sey nach dem erwähnten Saz oder nach Baubans Annahme, so ist z bekannt, und man hat in der Hauptformel nur zwei unbekannte Größen. Die Gleichung bleibt demnoch unbestimmt, sie könnte aber dadurch bestimmt werden, wenn man begehrte, daß das Mauerwerk das möglichst

kleinste seyn soll; wo man $x = \pm V\left(\frac{2P}{h} + \frac{b^2}{3} - \frac{z^2}{4}\right)$

$- b - \frac{1}{2} l$ finden wird.

Wenn man nach dieser Aufgabe die Mauerdike sucht, so wird man sie sehr klein, ja negativ oder praktisch zero machen müssen, das ist: die Mauer würde dreieckigt mit daranhangenden Strebepfeilern ausfallen. Diese Arbeit erlaubt aber die Praxis nicht; und so scheint es, daß man nun die möglichst kleinste Mauerdike für jede Höhe annehmen solle: wodurch nunmehr sowohl x als z bestimmt sind, und man hätte mithin nur y oder des Strebepfeilers Dike nach der Formel des (§. 89.) zu suchen.

Mauerhöhen in Schuhen	Strebepfeiler Längen in Schuhen	
	nach Bauban	nach dem Verfasser
10	4	5.0.0
20	6	7.0.8
30	8	8.7.9
40	10	10.0.0
50	12	11.2.0
60	14	12.2.9
70	16	13.2.7
80	18	14.1.7

§. 96.

Vauban ist in der Hauptsache mit uns einig; er nimmt für jede Höhe einerlei Mauerdike an, und zwar 5 Schuhe. Allein diese 5 Schuhe scheinen zu viel zu seyn. Man bedenke, daß eine 10 Schuh hohe Mauer auch 5 Schuh Dike bekommt, und überdieß noch Strebepfeiler hat; allein sowohl nach unsern als Belidors Berechnungen, sind 5 Schuh ohne Strebepfeiler schon zu viel für eine 10 Schuh hohe Mauer: wie erst, wenn noch Strebepfeiler angehängt sind? Belidor hat diese Schwierigkeit wohl eingesehen, und weicht daher von Baubans Annahme darin ab, daß er die Mauerdike mit der Höhe abnehmen läßt. Die Mauer kann einmal, praktischer Ursache wegen, oben in eine Spize nicht zusammen laufen. Nimmt man nun eine Dike an, von welcher man glaubt, daß sie hinlänglich Konsistenz gebe; so kann man nicht wohl einsehen, warum sie bei grösserer Mauerhöhe nicht noch konsistent genug seyn soll. Vauban ist der Meinung, er nahm einmal die obere Mauerdike 5 Schuh an, und diese behielt er durch alle Höhen bis auf 80 Schuh, so weit seine Tafel reicht, bei. Um was bei grösserer Höhe die Erde mehr drukt, wird theils durch die zunehmende Böschungsdike, theils durch die Strebepfeiler aufgewogen. Wenn man demnach mit Belidorn glaubt, daß eine 1′ 3″ dike Mauer, bei 10′ Schuh Höhe Konsistenz genug habe, so sollte man sich derselben bei jeder Höhe bedienen, und da wäre des Strebepfeilers Dike durch die Hauptformel des (89. §.) zu finden, wo $x = 1' 3''$ und z nach der Mauerhöhe (§. 94.) anzunehmen wäre, oder $y = \frac{\frac{Pl}{h} - \frac{1}{3} lg^2 - lgx - \frac{1}{2} lx^2}{(g + x + \frac{1}{2} z)z}$. Sollte man für x eine

grösere Dike z. B. 2, 3 oder mehrere Schuh nehmen, so würde man negative Pfeilerdiken für gewisse

Höh-

Höhen finden, welches man aus folgendem gleich abnehmen kann. Ein 10′ hohe Mauer mit $\frac{1}{5}$ Mauerrecht erhält nach der Formel des (29. §.) nur 1′ 6″ 4‴. Wenn man nun für diese 2 oder mehrere Schuh nimmt, so ist sie schon überwichtig; kein Wunder also, wenn man negative Strebepfeiler erhält. Bei gewissen Höhen werden sie positiv ausfallen, aber so dünne, daß sie praktisch nicht zu bauen sind. Es scheint also, daß man bei niedern Mauern keine Strebepfeiler machen soll.

§. 97.

Bis hieher haben wir nur eines einzigen Strebepfeilers gedacht, welcher also bei einer nur etwas beträchtlichen Länge l der Mauer übermäßig dik ausfallen müßte. Der gefundene dike Strebepfeiler ließe sich aber in mehrere Rektangeln oder vielmehr Parallelepipeda zerstüken und an verschiedenen Orten der Mauer anbringen. Also statt des Pfeilers ABCD (Fig. 47. Tab. 4.) ließen sich zwei andere FSHI und KLMN bauen, die von gleichem Inhalt und Länge, eben das wirken werden. Praktisch werden aber mehrere Pfeiler mehr nüzen, als wenn sie in einen vereiniget sind. Denn die Erde, welche längst dem Arme DN wiegt, sucht die Mauer in OD, so wie die Erde längst AI sie in AP abzubrechen. Da aber ein Arm DN gegen die Dike OD zu lang seyn könnte, um die Mauer bei OD wirklich zu verrüken, so ist es vernünftig, diesen langen Arm, der bei einem einzigen Strebepfeiler entstehen würde, durch Ansezung mehrerer Strebepfeiler, in mehrere kleinere Arme zu zerstüken.

Aus dieser Betrachtung läßt sich schließen, daß die Entfernung der Strebepfeiler von der Mauerdike abhängen müße. Wir treffen auch hier Bau-

haben zu unserm Vergnügen auf unserm Wege an. Seine Strebepfeilerentfernung bleibt bei jeder Mauerhöhe immer dieselbe von 18′, weil auch seine Mauerdike beständig von 5 Schuhen ist.

§. 98.

Ferner folgt, daß, wenn man seine Mauerdike kleiner machte, auch die Strebepfeilersentfernung kleiner — so wie sie grösser ausfallen muß, wenn die Mauerdike mehr als 5′ beträgt. Der Saz, nach welchem die Entfernung bestimmt werden müße, wäre leicht zu erweisen, daß sie sich wie die Quadrate der vordern Mauerdiken samt dem halben Mauerrecht verhalten müßen. Hat man nach (95. §.) die Mauerdike gefunden, oder nach (§. 96.) eine angenommen, so läst sich die nöthige Entfernung aus dem angenommenen Saz finden. Mit dieser in die gefundene Pfeilerdike y — welche nach (§. 95.) $= \frac{1}{2}$ l oder nach (§. 96.) oder (§. 94.) gefunden werden muß — dividirt, giebt die Zahl der Strebepfeiler und ihre Dike. Bei dieser Rechnung wird sich aber bei niedern Mauern ergeben, daß eine Pfeilersdike praktisch zu klein ausfallen wird; in diesem Fall ist man gezwungen, dem Pfeiler eine grössere Dike, und zwar die mindeste von 3 Schuhen zu geben, wodurch weniger Pfeiler entstehen, aber dennoch die vorgefundene Entfernung beibehalten werden muß; wodurch aber das Gemäuer zu viel Vermögen gegen den Erddruk bekommt. Daher ich meine Meinung, die ich (§. 96.) äußerte, wiederhole, daß niedere Mauern keine Strebepfeiler erhalten sollten.

§. 99.

Anmerkung. Wenn die Mauerdike gering gemacht wird, so könnte es scheinen, daß leichter Bre-

sche-

sche darin zu legen wäre, und in dieser Betrachtung könnte man in Versuchung gerathen, Vaubans Mauern besonders vorzüglich zu finden, da auch seine niedrigen Mauern so wie die hohen 5′ Dike haben, und man in diesen, so wie in jenen Bresche legen kann. Allein es läßt sich darthun, daß bei kleinern Mauerdiken man die Schwierigkeit Bresche zu machen vermehret, und dabei doch an Mauer erspart. Denn je dünner die Mauer, je näher kommen die Pfeiler zusammen aus vorigen §.; nun ist zwar wahr, daß zwischen zwei Pfeilern die Mauer leicht entzwei geschossen ist, aber der Streich ist zur Bresche zu schmal, es müssen also auch Pfeiler niedergeschossen werden; welches kein kleines Stük Arbeit ist. Je mehr demnach Pfeiler sind, oder anders zu sagen, je dünner die Mauer, desto schwerer ist eine Bresche zu erhalten.

§. 100.

Nach der izigen Bauart giebt man den Strebepfeilern zweierlei Figuren, die rektanguläre wie A (Fig. 48. Tab. 4.) und die trapezförmige wie B. Wenn sie von gleicher Länge sind, so ist auffallend, daß der in B weniger wirke, als jener in A, wegen der geringern Entfernung des Mittelpunkts der Schwere O gegen jenen von P, oder weil OC < EP. Aus diesem hat Belidor gefolgert, daß man dem Strebepfeiler eine Figur D geben könne, womit der gröste Vortheil verbunden seyn würde, da nun FQ größer als CO und EP wäre. Die lezte Figur hat den praktischen Nachtheil, daß der Pfeiler mit der Mauer nur durch eine schmale Fläche zusammenhängt; folglich keine innige Verbindung hat; auf welche Voraussezung der Unzertrennlichkeit die ganze Theorie gebaut ist. Wegen dieser Verbindung baut man die Strebepfeiler in unsern, französischen und den meisten Diensten, nach der Figur B; indem dadurch Mauer und Pfeiler mit einer größern Fläche als bei A zusammenhängen. Die Engländer und Portugiesen hingegen bauen sie rektangulär wie A.

Wenn

Wenn man mit Ziegeln baut, so haben die rektangulären Strebepfeiler einen Vortheil, daß die Ziegeln nicht dürfen zugehauen werden; überhaupt ist mehr Simplizität bei diesem Bau. Sobald Strebepfeiler eine gewisse Dike haben, daß man das Materiale des Pfeilers öfters in die Mauer eingreifen lassen kann, so entsteht eine hinlängliche Verbindung, und der Vortheil einer grösern Verbindungsfläche bei der Figur B kann in keine Betrachtung mehr kommen, gegen die Schwierigkeit beim Bau selbst. Es scheint demnach, daß die Engländer bei ihrer Bauart so Unrecht nicht haben. Wölbt man die Strebepfeiler zusammen, wie es überhaupt izt in Gebrauch zu kommen scheint, so verdienen die rektangulären ohnehin den Vorzug.

§. 101.

Vorausgesezt nun, man wolle dem Strebepfeiler die Figur eines Trapezes geben, so benöthigen wir die folgende:

Aufgabe. Einen Strebepfeiler ABCD (Fig. 49. Tab. 5.) in einen andern EFGH von nämlicher Wirkung zu verwandeln, der mit ihm von gleichem Inhalt seyn soll.

Vorbereitung. Diese beiden Bedingnisse sind nothwendig; denn weder an Wirkung noch an Mauerwerk wird man verlieren wollen. Die Aufgabe hat unendlich viele Auflösungen, je nachdem man von EH zu FG ein Verhältniß annimmt. Unterdessen merken wir an, daß je grösser EH gegen FG ist, desto länger muß der Strebepfeiler KA werden. Bauban macht EH: FG = 3 : 2, welchem auch Belidor folgt. Von diesem Verhältniß läßt sich keine mathematische Ursache angeben; nur eine praktische Vorsicht kommt dabei vor, daß FG nicht zu schmal werde und dadurch ohne Konsistenz bliebe. Wir werden also dieses Verhältniß auch beibehalten.

Auf-

Auflösung. Es sey KA = a; AB = b; KE = x; FA = $\frac{a}{3}$ x; KA = z; so ist KABL = KEFÍ = ab = $\frac{5}{6}$ xz. Der Mittelpunkt der Schwere von KEFÍ ist $\frac{7}{15}$ z und da die Momente beider Figuren gleich sind $\frac{ab^2}{2} = \frac{5}{6}$ xz × $\frac{7}{15}$ z = $\frac{7}{18}$ xz².

Wir haben also zwei Gleichungen, woraus man findet z = $\frac{15}{14}$ b und x = $\frac{28}{25}$ a oder EH = $\frac{28}{25}$ DA, und FG = $\frac{56}{75}$ DA, woraus sich mit Geduld eine Tafel für die trapezförmige Pfeiler verfertigen läßt.

§. 102.

Zusaz. Da beide Figuren einerlei Inhalt und Wirkung haben sollen, so muß beider Mittelpunkt der Schwere im nämlichen Ort O liegen. KO muß also $\frac{1}{2}$ AB und auch $\frac{7}{15}$ KÍ gleich seyn, oder $\frac{1}{2}$ b = $\frac{7}{15}$ z, daraus $\frac{15}{14}$ b = z, welches wir auch im vorigen §. gefunden haben.

§. 103.

Wenn wir in einen ekigten Raum DEFBADC (Fig. 50. Tab. 5.) Erde mittelst einer Mauer DABC

zu erhalten hätten, so verdienet dieses besonders überlegt zu werden.

Aufgabe. Den Druk einer in einem rechtekigten Raume eingeschlossenen Erde, gegen eine sie einschliessende Mauer auszudrüken.

Auflösung. Es sey DC = a; DA = 2l; DG = l; Dí = íK = x. (Fig. 50. Tab. 5.). Denken wir uns in í eine senkrechte Durchschnittsfläche íKLM, so deutet dieses Rektangel die Erde an, die längst der Mauerhöhe íM drukt. Von diesem Rektangl aber drukt nur das Trapez íKOM, wenn man nämlich die Abschiebungslinie MO gezogen. Der Druk dieses Trapezes ist nach (§. 75.) $\frac{ne^2}{6mh^2}$

$$\left(a^3-\left(a-\frac{ax}{e}\right)^3\right)=\frac{ne^2}{6mh^2}\left(\frac{a^3x^3}{e^3}+\frac{3a^3x}{e}-\frac{3a^3x^2}{e^2}\right).$$

Man sieht, daß jeder Punkt í, G u. s. w. eine andere drukende Maße Erde hinter sich habe, daher auch die Mauerdike in jedem Punkt anders ausfallen muß. Wollte man aber den gesammten Druk des Erdprisma gleich vertheilt gedenken, so müssen wir die Summe aller vorgedachten Trapezen suchen. Es sey die Dike eines Trapezes dx, so ist das körperliche Moment

$\frac{ne^2}{6mh^2}\left(\frac{a^3x^3dx}{e^3}+\frac{3a^3xdx}{e}-\frac{3a^3x^2dx}{e^2}\right)$; dessen

Summe $\frac{ne^2}{6mh^2}\left(\frac{a^3x^4}{4e^3}+\frac{3a^3x^2}{2e^2}-\frac{3a^3x^3}{3e^2}\right)$. Ist x =

l = DG, so ist des halben Prisma Druk $\frac{ne^2}{6mh^2}$

(a

$\left(\frac{a^3 l^4}{4e^3} + \frac{3a^3 l^2}{2e^2} - \frac{3a^3 l^3}{3e^2}\right)$ und des ganzen $\frac{ne^2}{3mh^2}$

$\left(\frac{a^3 l^4}{4e^3} + \frac{3a^3 l^2}{2e} - \frac{3a^3 l^2}{3e^2}\right)$; dividiren wir mit

$2l$, so erhalten wir den mittlern Druk $\frac{ne^2}{6mh^2}$

$\left(\frac{a^3 l^3}{4e^3} + \frac{3a^3 l}{2e} - \frac{3a^3 l^2}{3e^2}\right)$. Im Fall beim Abschiebungswinkel von $45°$, und wenn $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$ wird

$\frac{1}{18}\left(\frac{l^3}{4} + \frac{3a^2 l}{2} - al^2\right)$.

§. 104.

Aufgabe. Die Dike der Mauer zu bestimmen, welche dem Druk einer prismatischen Erde das Gleichgewicht halten soll.

Auflösung. Der Mauer Widerstand ist, wie bekannt $ayd + \frac{ayy}{2} + \frac{add}{4}$; folglich $ayd + \frac{ay^2}{2} +$

$\frac{ad^2}{4} = \frac{ne^2}{6mh^2}\left(\frac{a^3 l^3}{4e^3} + \frac{3a^3 l}{2e} - \frac{3a^3 l^2}{3e^2}\right)$ daraus

$y = \sqrt{\left(\frac{ne}{3mh^2}\left(\frac{a^2 l^3}{4e^2} + \frac{3a^2 l}{2} - \frac{a^2 l^2}{e}\right) - \frac{3}{4}d^2\right)}$

$- d.$

§. 105.

§. 105.

Zusaz. Ist $a = e$; $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$, so wird

$$y = V\left(\frac{l^3}{4.9.a} + \frac{al}{6} - \frac{l^2}{9} - \frac{3d^2}{4}\right) - d.$$

§. 106.

Zusaz. Bei einer beiderseits bleirechten Mauer wäre $y = V\left(\frac{l^3}{36a} + \frac{al}{6} - \frac{l^2}{9}\right)$.

§. 107.

Anmerkung. Wollte man, daß die Mauer in jedem Punkt ihrem zustimmenden Trapez das Gleichgewicht halten sollte, so müßte nothwendigerweise die Mauer im Punkte H am stärksten seyn, und gegen die Punkte C und B abnehmen. Bei einer beiderseits senkrechten Mauer müßte man im C und B für die Mauerdike zero finden, weil daselbst kein Druk vorhanden ist. Ist aber die Mauer mit einer Böschung versehen, so sieht man, daß die Mauer in C überwichtig seyn muß, und die Dike der Mauer früher schon in einem Punkt zwischen C und H zero werden müsse.

Heißt man (Fig. 51. Tab. 5.) $DP = x$, so ist $PM = y$ und aus (§. 103.) $\frac{ay^2}{2} = \frac{ne^2}{6mh^2}\left(\frac{a^3}{4e^3} + \frac{3a^3}{2e} - \frac{3a^3}{3e^2}\right)$ wenn $l = x$ und $d = o$ genommen wird. Diese ist eine Gleichung von dritten Grad, und gehört

zur Parabola divergens. Welches uns anzeigt, daß eine Mauer, welche in jedem Punkt ihrem zustimmenden Erddruk das Gleichgewicht halten soll, nach so einer Linie gebaut werden müßte. Ist ein Mauerrecht vorhanden, so ist die Gleichung

$$\frac{ay^2}{2} + ayd + \frac{add}{4} = \frac{ne^2}{6mh^2}\left(\frac{a^3}{4e} + \frac{3a^3}{2e} - \frac{3a^3}{3a^2}\right),$$

welche abermal eine Parabola divergens anzeiget, nur daß der Anfangspunkt nicht in D (Fig. 52 Tab. 5.) wie in der Fig. 51., sondern in einem Punkte E sey, welches gleich der beständige Terminus $\frac{ad^2}{4}$ anzeiget.

§. 108.

Umgeben Mauern eine Erdmaße von allen Seiten, als in ekigten oder runden Thürmen, und betrachten wir die ganze Mauer, als ein unzertrennliches Ganzes, so ist der Theorie nach klar, daß eine solche Umfangsmauer papierdünne seyn könne, und doch nicht überworfen werden würde; weil der Druk von allen Seiten gleich ist. Aber für die Ausübung kann dies nicht angenommen werden, sondern jede Seite des Thurmes muß besonders, ohne Zusammenhang mit den andern Seiten betrachtet werden; indem sich hier alles das sagen läßt, was wir im (§. 84.) bei winklichten Mauern bereits beigebracht haben, und was uns gezwungen hat, jede Seite für sich allein zu betrachten.

§. 109.

Bisherigen Untersuchungen gemäß — blos theoretisch betrachtet — und die Mauer als unzertrennlich angenommen, könnte die Erde von einer papier-

Bayerische Staatsbibliothek München

dünnen Mauer gehalten werden; das Centrum Gravitatis einer regulären Festung wäre auf der Hauptwache mitten auf dem Plaz — kein Erddruk also zu besorgen. Einige Beobachtungen daher miteingerükt, was geschieht, wenn eine Mauer dem Erddruk nicht gewachsen seyn wird; damit auch Praktiker und mindere Liebhaber mathematischer Schönheiten sich einige Anleitungen daraus abstrahiren können. Der Mauer Resistenz, Sicherheit hängt von der Beschaffenheit des Grundes, und des Materials ab, und dieser Ursache wegen ist auch, bei blos mathematischer Genauigkeit, den Mauern schon mehrere Stärke gegeben worden. Dabei noch eine Nebenbetrachtung, die nicht gleichgültig seyn dürfte: wenn bei Aufführung einer Mauer alsogleich Erde immer angeramt wird, hat jene mehr zu tragen, als wenn sie schon fest ist; der Stein glitschet über den noch nassen Mörtel weg, und dies dürfte die Ursache seyn, warum einige Mauern anfangs leicht fallen, nach längerer Zeit nicht mehr, und warum Belidor anempfiehlt, eine Mauer immer gleich in der Höhe aufzuführen. Nun zur Untersuchung, was erfolge:

In C (Fig. 53. Tab. 5.) einen fixen unverrüklichen Punkt der Mauer, ein Hypomochlion angenommen, so wie wir es bis hieher annahmen, und die Mauer aus einem einzigen unzertrennlichen Stük bestehend angesehen, kann die Mauer nur über den Punkt C überworfen werden. Beim Umwerfen wird der Punkt A den Bogen AG, und der Punkt B den Bogen BH beschreiben, und daß diese Bewegung der Mauer entstehe, muß der Zusammenhang, der in C zwischen der Mauer und ihrem Fundament durch den Mörtel vorhanden ist, getrennt worden seyn. Bei dieser Hypothese muß also die Kraft ADB, sowohl dem bisher in Erwegung gezogenen Widerstand der Mauer, als dem gedachten Zusammenhang überwiegend seyn. Noch mehr: nach dem ersten Augenblik, als die Mauer den unendlich kleinen Bogen BE und AQ beschrieben hat, wird von der Erde ADB ein Theil

in

in den Raum AQE fallen, welcher die Mauer zurükzuhalten helfen wird; denn unmöglich könnte die Mauer weiter fallen, ohne die Erdmaße AQE in die Höhe zu heben; die Erde also, welche anfangs die Mauer umstößt, trägt izt bei, sie zu stemmen. Da wir auf diese zwei Umstände in unsern Berechnungen nicht mitgesehen haben, so könnte man sagen, daß unsere Mauern zu stark wären; und dieses hat allerdings seine Richtigkeit, aber ohne daraus folgern zu dürfen, daß wir darauf hätten sehen sollen; denn wir werden zeigen, daß die ganze Hypothese, als würde eine Mauer, im Fall sie zu schwach wäre, über den Punkt C umgeworfen, dem Fortgange der Sachen nach nicht statt habe, und daß doch von dieser Hypothese müsse ausgegangen werden.

Erstens. Das Dreiek ADB hat sicher ein Bestreben die Mauer AC (Fig. 54. Tab. 5.) über den Punkt C, so wie das Dreiek ALH die Mauer AG über den Punkt G umzuwerfen; dieses gilt von jedem Punkt der Höhe, und da wir (§. 17.) erwiesen haben, daß des Dreieks ADB Bestreben gegen die Mauer AC das gröβte sey; so haben wir dadurch die Annahme des Hypomochlions im untersten Punkt C gerechtfertigt.

Zweitens. Es hat aber jedes Dreiek ADB, ALH auch ein Bestreben seine Mauer vom Zusammenhang in BC, HG zu trennen, und auf der Linie BC, HG horizontal wegzuschieben, welches Bestreben man auf folgende Art ausdrüken könnte: es sey ab die absolute Schwere eines Dreieks, so ist cb die respektive; läßt man die Kraft cb in cd und db auf, so deutet $cd = \frac{1}{2}$ ab bei 45° die Kraft an, welche jedes Dreiek perpendikulär gegen die Mauer anwendet; die Kraft nämlich, mit welcher sie trachtet die Mauer horizontal wegzuschieben. Die Linie ab, wenn wir für jedes andere Dreiek ein solches Dreiek abc verzeichnen wollten, da sie die absoluten Schwe-

ren oder die Inhalte der Dreieke vorstellen, verhalten sich, wie die Quadrate der Höhen $\overline{HA}^2 : \overline{AB}^2$; folglich auch die Linien cd, das ist: Die Kräfte, womit sie die Mauern AC, AG zu verschieben trachten, verhalten sich wie die Quadrate der Höhen. (*)

Drit-

(*) Anmerkung des Herausgebers. Wie die Mauern, und in welchem Verhältniß sie diesem Bemühen widerstehen, kann also gezeigt werden. Der Widerstand kömmt zuerst von der Friktion auf BC, HG und zweitens vom Zusammenhang der Materie oder des Mörtels her; der erste Theil hängt bei gleicher Rauhigkeit von der Schwere oder dem Inhalt ABCN, AHGN, und der zweite beim nämlichen Zusammenhang von der Länge BC, HG ab; das Verhältniß des Widerstandes gedachter zwei Mauern wäre demnach ABCN ⋈ BC: AHGN ⋈ HG. Betrachtet man das Verhältniß einer jeden Kraft gegen ihren Widerstand, nämlich $\overline{AB}^2 :$ ABCN ⋈ BC und $\overline{AH}^2 :$ AGNH ⋈ HG um zu sehen, ob sie gleich oder welches größer sey. Es sey ABCN eine dreiekigte Mauer, wo wir die Punkten A und N in einem Punkt A beisammen gedenken müssen; so ist der Inhalt der Dreieke ABCN und AHGN durch $\frac{AB \bowtie BC}{2}$ und $\frac{AH \bowtie HG}{2}$ auszudrüken; folglich sind im Fall einer dreiekigten Mauer, die Verhältnisse von der Kraft und dem Widerstand $\overline{AB}^2 : \frac{AB \bowtie BC}{2} \bowtie BC$ und $\overline{AH}^2 : \frac{AH \bowtie HG}{2} \bowtie HG$ oder $AB : \overline{BC}^2$ und $AH : \overline{HG}^2$; da aber $AB : BC = AH : HG$ und $BC > HG$, so ist $AB : \frac{BC \bowtie BC}{2} < AH : \frac{HG \bowtie HG}{2}$ oder $AB : \overline{BC}^2 < AH : \overline{HG}^2$ das ist: bei einer dreiekigten Mauer kann die Mauer oben leichter, als unten gehoben werden. Wäre die Mauer ein Rechtek, so wären die zwei Verhältnisse $\overline{AB}^2 :$ AB. BC. BC und $AH^2 :$ AH. BC.

Drittens. Gegen jede Schicht, Stein, Ziegel, oder auch gegen jedes unendlich kleine Element der Mauer BEFC, HIKG drükt die Erdschicht, oder das unendlich kleine Element DB, LI und jedes gegen sein Element, und alle zusammen drüken gegen die Mauer, um sie herauszuschieben: die Kräfte der Erdelemente,

---

BC oder AB: $\overline{BC}^2$ und AH: $\overline{BC}^2$, und da AB > AH, so ist AB: $\overline{BC}^2$ > AH: $\overline{BC}^2$, das ist: bei einer beiderseits rechtwinklichten Mauer, ist unten die Mauer leichter als oben wegzuschieben. Hat endlich die Mauer, wie gewöhnlich, ein Mauerrecht, so besteht sie aus einem Rechtek ANBX und einem Dreiek NXC; die erhaltenen Verhältnisse werden demnach zusammengesezt seyn $\overline{AB}^2$: $\overline{AN}^2 + \overline{\frac{CX}{2}}^2$ und AH: $\overline{AN}^2 + \overline{\frac{yH}{2}}^2$, da AB: $\overline{AN}^2$ > AH: $\overline{AN}^2$ und AB: $\overline{\frac{CX}{2}}^2$ < AH: $\overline{\frac{yG}{2}}^2$, das ist in Ansehung der Mauerdike, wird die Mauer in jedem höhern Punkt immer stärker, und in Ansehung des Maurrechts immer schwächer; und so muß die Mauer an einem Orte am schwächsten seyn. Diesen zu finden sey die Mauerdike AN = b; die Höhe AB = a; AH = x; das Mauerrecht CX = g; so ist $yG = \frac{gy}{a}$. Das Verhältniß des Drukes zum Widerstand, in Ansehung des Verschiebens AH: $\overline{AN}^2 + \overline{\frac{yG}{2}}^2$ das ist $x: b + \frac{gx}{2a}^2$, welches ein Minimum seyn soll, also $dx\left(b^2 + \frac{g^2x^2}{2a^2}\right) - \frac{2g^2x^2\,dx}{2a^2} = o$ und $\frac{2a^2b^2}{g^2} = x^2$; endlich $x = \frac{ab\sqrt{2}}{g}$. Wenn $\frac{ab\sqrt{2}}{g}$ nicht kleiner als a ist, so wird x größer als a; der schwächste Ort befände sich also unter AB, wenn die Mauer

da wir sie von gleicher Höhe oder EB = Hí annehmen, verhalten sich wie die Längen DE, LH; unten ist also ein grösserer Druk vorhanden. Die Hindernisse, welche jedes Element der Mauer, dem Elemente der Erde entgegensezt, beruhen auf der Schwere von EC, ÍG; sie verhalten sich also wegen BE = Hí, wie BC: HG; also die Kräften zum Widerstand DE: BC und LH: HG; allein DE: BC > LH: HG und LH muß endlich null werden: also werden die Kräfte unten stärker seyn; folglich wenn die Mauer vom Erddruk fortgeschoben werden sollte, so werden die grösseren Kräfte in der nämlichen Zeit, ihre zustimmenden Mauerelementen einen grössern Raum durchwandern lassen, als die kleinern, das ist: die Mauer wird unten geschwinder fortkommen, und oben zurükbleiben.

Viertens. Gegenwärtig wird untersucht, ob mehr Kraft nöthig sey; die Mauer umzuwerfen, oder weg-

---

höher wäre. Wäre $\frac{ab\sqrt{2}}{g} = a$, so wäre $x = a$, der schwächste Ort wäre gerade unten in BC — wäre endlich $\frac{ab\sqrt{2}}{g} < a$, so wäre $x < a$, der schwächste Ort irgendwo in HG. Wenn $x = \frac{ab\sqrt{2}}{g} = a$ ist, so muß $\frac{b}{g} = \frac{1}{12}$ seyn, das ist: die Mauerdike AN müßte kleiner seyn, als das Mauerrecht CX = g. Je gröser nun das Mauerrecht gegen die Mauerdike würde, in einem je höheren Ort befände sich der schwächste Ort, und umgekehrt. Dächten wir uns nun, daß blos im unrersten Ort BC kein Zusammenhang der Materie oder des Mörtels, doch aber in jedem andern Orte wäre, so ist um so mehr wahr, daß die Mauer unten am Fundament das gröste Bemühen, um weggeschoben zu werden, auszustehen habe, und je höher der Ort in der Mauer sey; je weniger habe sie von dieser Kraft zu besorgen.

wegzuschieben, und zwar auf dem untersten Punkt C, als dem schwächsten. Nehmen wir zuerst an, als wäre kein Zusammenhang von Mörtel zugegen, sondern eine blosse rauhe Fläche, als auf welcher die Friktion allein in Betrachtung zu ziehen ist, und welche nach der Mechanik $\frac{1}{3}$ der Schwere genommen wird. Die Kraft des Dreieks ADB um den Körper BN horizontal wegzuschieben, ist bei einem Abschiebungswinkel von 45° gleich $cd = \frac{1}{2} ab$ (Fig. 54. Tab. 5.). Des Dreieks Inhalt $\frac{a^2}{2}$, also die in redestehende Kraft $\frac{a^2}{4}$, und um sie mit der Mauer auf einerlei spezifische Schwere zu reduziren, gleich $\frac{2}{3} \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{6}$; es sey ferner die Mauer ein Rechtek, so ist dessen Inhalt oder Schwere ay, und der Widerstand gegen die Friktion $\frac{ay}{3}$. Soll nun dieser Widerstand dem Druk gewachsen seyn, so muß $\frac{a^2}{6} = \frac{ay}{3}$ seyn; folglich $y = \frac{a}{2}$; so dik also sollte die Mauer, um dem Verschieben zu widerstehn seyn; allein um dem Umwerfen zu widerstehn, muß sie nur $\frac{a}{3}$ seyn; es wäre also von Zusammenhang abstrahirt, die Mauer leichter wegzuschieben, als umzuwerfen. Wäre noch ein Mauerrecht zugegen, so hätte die Mauer weniger Inhalt, als die rechtwinklichte, folglich der Friktionswiderstand kleiner, als bei einer rechtwinklichten;

mithin die Mauer noch leichter wegzuschieben. Weil aber bei den Mauern ein Zusammenhang von Mörtel ist, der sogar dem Zusammenhang der Materie oft gleich kommt, so braucht freilich die Mauer nicht $\frac{a}{2}$ dik zu seyn; und bei einem Mauerrecht wird die Mauer unten diker, der Mörtelszusammenhang mit dem Fundament beträchtlicher; man hat also in keinem Fall die Ueberwältigung der Mauer durch den Erddruk von Seite des Wegschiebens zu betrachten; folglich, wenn man sie gegen das Umwerfen stark genug bauet, so darf man sicher seyn, daß sie auch dem Wegschieben widerstehen werde. Und daraus beweiset sich die Rechtmäßigkeit der Annahme mit Belidorn, als bestünde die Mauer aus einem Stük, welches unten über den Punkt C überworfen würde; daß es aber so berechnet werden müsse, als geschehe eine Umwerfung über den Punkt C, obschon diese ganze Hypothese, wie gleich anfangs gesagt worden, in der Natur nicht statt findet. Darüber folgendes:

Es sey die Mauer SB (Fig. 55. Tab. 5.) gegen den Druk zu schwach, daß sie verrükt werden müsse; in BC befindet sich ein Mörtelzusammenhang; folglich ist das Wegschieben gehindert, umsomehr, da auch bei keinem Zusammenhang, die Mauer auf einer absolut harten und absolut glatten Unterlage stehen müßte, sonst wird sie durch's Akern gesperrt. Die Mauer also so schwach angenommen, daß sie verrükt werden müßte, so kann sie nicht anders, als über den Punkt C überworfen zu werden, anfangen. Anfangen, sage ich, aber nicht ganz überworfen werden; denn im ersten Augenblik, als der Punkt S nach R und B nach A gebracht werden, muß der Zusammenhang in BC getrennt worden seyn. Sobald dieses geschehen ist, so ist die Kraft des Wegschiebens größer als des Umwerfens; folglich muß die Mauer im zweiten Augenblik

vlik von C nach FH gebracht werden (*); und weil die untern Erdelemente mit mehreren Kräften gegen die Mauer wirken, als die obern, so muß die Mauer unten ausgedrükt werden, und die Lage NO erhalten. Es ist zwar noch keine Folge, daß sie wirklich zusammenstürzen wird; denn, indem sie in FH fortgeschoben worden, wird die Erde DUB in den Raum MÍKLB fallen, und nun drükt auf die weggeschobene Mauer nur mehr ein Theil ÍKL. Die Mauer, welche anfangs das Dreiek DUB auszuhalten nicht im Stande war, kann izt im Stande seyn das Dreiek

(*) Anmerkung. Wie viel das Materiale zum Widerstand der Futtermauer beiträgt, konnte man bei dem Stallbau zu Pardubiz beobachten; wo man Wallmauern gefunden 12′ Höhe, nur 5″ Mauerrecht/ und 2′ obere Mauerdike. Die hinter selbigen aufgehäufte Erde war theils laagenweis sandigt, und thonigt, theils gemischt, theils pur sandigt, oder pur thonigt; bei eben diesen fand man die eine Kourtine von 5′ und 6′ hoch/ ebenfals von 2′ Dike, nur $\frac{1}{2}$ Zoll Mauerrecht, und an manchen Orten hatte diese Kourtine 10 Zoll Grund, an andern war sie platt auf die Erde gesezt. Und obschon eine Streke von 20° dieser Futtermauern auf die Entfernung eines Schuhes von ihrer Gruudlage vorwärts abgewichen, auch die Kraft des Erddruks durch Brustwehr vermehret war; so kam sie doch nicht aus dem Bleischuß, nur die Stellen, wo sie sich abgelöset hatte, ausgenommen. Das Gestein bestand aus zu 1′ langen, und $\frac{1}{2}$ breiten und eben so viel hohen Stüken von Kunietiezkahorer Steinbruch, und der Mörtel aus reinem Grundsand/ und dem Herzmannmiestezer Kalk, welcher von der besten Gattung ist. Die Kunietiezkahorer Gebirgsart ist Kalkstein, (calcareus inaequabilis griseus) Wall. §. 41. spec. 52. p. 124. und soll zum Kalkbrennen nicht ausgiebig seyn.

IKL zu ertragen. Die Mauer hat nun die Lage NO erhalten; fällt der Perpendikel PQ noch innerhalb der Grundlinie NT, so kann die Mauer an die Erde lehnend harren; fällt aber dieser Perpendikel ausser der Grundlinie, so wird die ganze Mauer nicht so viel wegen des Erddruks, als durch ihre eigene Schwere zusammenbrechen; die Mauer wird nach ihrer Ausweichung auf die loker gewordene Erde zurükdrüken, und sich selbst an verschiedenen Orten a, b, c zerbrechen. Diese Resultate aus mathematischen Betrachtungen, stimmen sehr wohl mit der Erfahrung überein. Jede zusammenstürzende Mauer baucht unten aus; unter andern beweiset dieses, die vorhin erwähnte Pardubizermauer vollständig. Auch sieht man es in jeder einstürzenden Wasenbekleidung.

Aus dem gesagten folgt, daß nach den bisherigen Rechnungen die Mauern zu stark würden; denn weder Belidor noch ich haben auf einen Zusammenhang zwischen Mauer und Fundament gesehen, und es scheint, daß die ganze Theorie des Mauerwerks sich auf die Kraft gründen sollte, welche angewandt wird, um eine Mauer (Fig. 53. Tab. 5.) AC über ihrem Fundament BC abzubrechen, weil wirklich, ehe eine Verrükung der Mauer geschehen kann, dieser Bruch vorgehen muß. Sollten wir auf diesen Grund bauen, so merken wir an, daß wir an der Berechnung der brechenden Kraft nichts zu ändern hätten; denn eben das Moment, welches wir an dem Dreiek ADB zum Umwerfen gefunden haben, versucht das Abbrechen.

Es ist gewiß, daß Niemanden einfallen wird, eine Mauer mit ihrem Druk in's Gleichgewicht zu sezen — der erste Wind, der erste Mensch, der auf dem Wall gehen würde, die erste losgebrannte Kanone würde die Mauer umwerfen. Um wie vieles aber eine Mauer ihren Druk überwiegen sollte, ist unmöglich allgemein zu bestimmen, und nur durch Lokalerfahrung, Kenntniß des Materials u. s. w. läßt

sich

sich dieses ausmachen. Was man hiebei bemerken kann, ist:

Erstens hat eine Mauer, die in einem Gärten eine Terrasse halten soll, nicht nöthig so viel Uebergewicht zu haben, als eine Futtermauer eines Walles, worauf Kanonenfeuer ein, zwei und mehr Momente lang Vibration — Erschütterung verursachen, und die am Ende der Wirkung einer Breschbatterie widerstehen soll.

Zweitens. Wenn wir sezen, wir wüßten aus Erfahrung, daß eine gegebene Futtermauer ihrem Druk um $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{n}$ überlegen seyn soll, so läßt sich noch nicht so geschwind behaupten, daß jede andere Futtermauer auch um $\frac{1}{n}$ überlegen seyn müsse. Auf eine hohe, wie auf eine niedere Mauer wirkt die nämliche Kanon, die nämlichen Umstände, welche das Uebergewicht fordern; doch ist das Moment dieser Wirkung nicht gleich. Es sey G (Fig. 56. Tab. 5.) eine Kanone; indem sie losgebrannt wird, empfängt der Boden AH im Punkt a einen Stoß, welcher das Zurükprellen der Kanone verursacht; er gehet aber mit AH parallel, und schadet daher nichts. Zieht man aus a die Parallele aD mit der Abschießungslinie, dann ist dieser Stoß mit CD oder BE multiplizirt, das Moment derselben bei verschiedenen Mauerhöhen AC oder AB. Daß diese Momenten sich nicht wie die Mauerhöhen AC und AB verhalten, sieht man aus allen dem, was bisher schon gesagt worden, leicht ein; indem bei einer Mauerhöhe AF dieses Moment gar null wird. Es hat also eine niedere Mauer nicht nöthig, um eben das Verhältniß übergewichtig zu seyn, als eine höhere; hingegen muß des Brescheschießens wegen die niedere Mauer übergewichtiger als die hohe werden; denn die Schwierigkeit beim Brescheschießen beruht blos auf

der

der Mauerdike, und weil die niedere Mauer ohnehin dünner ist, so wird man allemal eher damit fertig; ja wenn man auf das Breschschießen allein denken wollte, so müßten alle Mauern gleich dike seyn. Niemals wird man im Stande seyn, dieses Verhältniß anzugeben, und wenn man auch durch eine schwere Rechnung sich der Wahrheit etwas nähern könnte, so würde man doch wenig Nuzen davon ziehen. Da die Mauern nur zwischen 5 bis 8 Schuhe dik würden, so kann der Unterschied, der zwischen höhern und niedern Mauern wegen dem ungleichen Verhältniß der Uebergewichtigkeit statt fände, nur in Zollen bestehen, die man in der Praxis leicht vermauert; und ist es billig, daß man bei hohen und niedern Mauern das nämliche Verhältniß des Uebergewichts von einer Mauer verlange, oder daß man die Potenz um $\frac{I}{n}$ stärker annähme, und aus diesem die Mauerdike suche; so ist es zum Theil von uns schon geschehen, da wir auf die Zähigkeit der Erde nicht sahen, wodurch die Mauer schon aus dieser Ursache der Rechnung nach übergewichtig wird — beiseits des wirklichen Zusammenhanges zwischen Fundament und Mauer. Hierin kann man nichts ungereimtes finden, als daß dieses Uebergewicht vielleicht überflüßig, oder zu wenig sey. Lezteres läßt sich nicht vermuthen; da die schon stehenden Mauern mit unserer Theorie gut übereinstimmen. Ob aber das schwächer bauen nicht statt haben könne, laß ich dermal dahingestellt seyn; die Erfahrung müßte es zeigen, und wenn ich der schwachen Pardubizermauer gedenke, so sollte man es vermuthen. Gewiß, sowohl die Potenz wird um die Zähigkeit der Erde, die Belidor auf die Helfte rechnet, zu stark, und der Widerstand um den Zusammenhang mit dem Fundamente zu schwach angenommen. Man hat also Ursache genug zu dieser Vermuthung. Und ist die Rede von einer Mauer, welche keine Kanonen oder sonstige besondere Erschütterung, als zum Beispiel der schweren Wägen

auf

auf gemauerten Chausseen, und keine Bresche auszuhalten hat, so sind diese Mauern zu stark. Doch so lange die Rede von Festungswällen ist, sind wir nicht im Stande zu beurtheilen, ob es zu viel sey. Vauban verdient, wegen seiner großen Praxis und so viel aufgeführten Gemäuer, wohl zu Rathe gezogen zu werden; und da unser Resultat von dem seinigen nicht um sehr viel unterschieden ist, so kann man sich erlauben, weder auf die Zähigkeit der Erde, noch auf den Zusammenhang der Mauer mit dem Fundament zu sehen, um dadurch das nöthige Uebergewicht zu erhalten. Ich sage also zum Beschluß, welcher alles zu unserer Rechtfertigung in sich fasset: was hilft es uns, wenn wir die Zähigkeit der Erde, und den Zusammenhang auf dem Fundament in die Rechnung gebracht, und damit das vollkommene Gleichgewicht erhalten hätten? müssen wir nicht noch das Uebergewicht bestimmen, und wie, in welchem Verhältniß? Erfahrung müßte immer zu Rathe gezogen werden, und am Ende käme wohl ein Unterschied von ein paar Zollen heraus, welcher unserer ängstlich genauen Rechnung einen Anstrich von Ridikül gäbe. Genug ich lasse die Sache in einem Zustand, den ich auseinander gesezt, und anders zu heben nicht beßer gewußt habe, und lasse es einem andern über eine genauere und genugthuendere Ausführung zu liefern.

Man könnte nun auch den Einfall haben, zu fragen, zu was alle diese Rechnung, wenn man sich auf Vauban beruft? — Weil es, wie Eingangs berührt worden, immer Nuzen bringt, halbwisserischer Köpfe Erfindungs und Rigoristensucht vorzubeugen — daher ist es ganz wohl erlaubt Baubans Regeln und Tabellen zu prüfen; wo man mit Theorie nicht auslangt, nimmt man Erfahrungen zu Hilfe, also auch Baubans Erfahrungen, nicht Baubans Regeln. Nun finden wir in Baubans Regeln, daß er nicht alle Mauern mit dem Erddruk proportionirt stark macht; sind seine niedern Mauern gut, so sind die höhern

zu

zu schwach; sind aber die hohen gut, so sind die niedern zu stark, theoretisch betrachtet — wohl angemerkt. Dieses merket Belidor schon an, und es findet sich bei Vergleichung der Baubanischen mit unsern berechneten Mauern. Ist von unsern Mauern eine nicht gut, so ist keine gut, weil nach unserer Theorie alle mit dem Druk der Erde im Verhältniß gebauet worden. Wenn aber die Erfahrung zeigt, daß eine Baubanische hohe Mauer gute Dienste geleistet, so können wir sie nicht zu schwach halten; hingegen müssen wir unwidersprechlich einsehen, daß alle seine niedern zu stark sind — wohlgemerkt Baubans Ursachen beiseits —.

Wüßten wir, daß Bauban 80 Schuh hohe Mauern aufgeführt habe, wohin seine Tabellen reichen, so müßten wir diese zum Maßstab nehmen; allein bei Festungen werden so hohe Mauern gewöhnlicherweise nicht erbaut, und ist dieses geschehen, so geschah es selten genug, in einem besondern Falle, an einer Mauer, an welcher keine Bresch geschossen wird. Seine Hauptwälle machte er 36 Schuh hoh, und diese mag er wohl unter den hohen Mauern am öftesten gebauet haben. Da wir nun finden, daß unsere Rechnung in dieser Höhe von der Baubanischen nicht merklich unterschieden ist, so können wir für jede andere sicher seyn, und haben dieses voraus, daß wir die niedern nicht zu stark bauen, und beim Bau der höhern, wenn sie vorkommen sollten, ruhig nach unsern Rechnungen fortbauen können.

Wir haben demnach an Baubanischen Mauern von mitlerer Höhe, eine Erfahrung einer brauchbaren Mauer, welche zum Festungsbau die schwächeste ist; wir nehmen sie also zum Maßstab oder zur Bestättigung unserer Theorie an, und so lang wir nicht die Erfahrung einer schwächern Mauer haben, welche eben die guten Dienste geleistet hat, so wollen wir sie beibehalten; wir behaupten aber aus dieser Ursache gar nicht, daß man nicht schwächere bauen könne.

Uebrigens glaubt man gar nicht, durch diese Blätter dem Zweke schon nahe gekommen zu seyn — vielmehr bleibt noch verschiedenes zu untersuchen:

Erstens. Den Erddruk zu finden, wenn eine Futtermauer schief auf dem Horizont aufsteht. Es sey (Fig. 57. Tab. 5.) FC = h; FM = e — d, wo d das Mauerrecht andeutet; MQ = x; QP = dx; MC welche Seite wegen den übrigen bekannten Theilen des Dreiecks, allezeit gegeben ist = g; die Mauerhöhe BC = a; und der Winkel MCF = π

$LP = \frac{hx}{g}$, denn es ist CM : CF = PM : PL

oder $g : h = x : LP = \frac{hx}{g}$.

QO = sin. π.dx, denn es ist 1 : QP = sin. π : QO oder 1 : dx = sin. π : QO = sin. π. dx; der Inhalt eines solchen unendlich kleinen Trapezes = $\frac{\text{sin.}\pi\, hxdx}{g}$;

dessen respektive Schwere = $\frac{\text{sin.}\pi axdx}{g}$; der Hebelarm

CK = sin. π (g — x), denn 1 : g — x = sin. π : CK = sin. π (g — x); also das ganze Moment $\frac{\text{sin.}\pi axdx}{g} \times \text{sin.}\pi(g-x) = \frac{\text{sin.}\pi^2 agxdx - \text{sin.}\pi^2 ax^2dx}{g}$;

davon das Integrale $\frac{\overline{\text{sin.}\pi^2}\, a}{g}\left(\frac{gx^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)$; setzt man x = g, so erhält man für den Druk des ganzen Erddreiecks $\frac{\overline{\text{sin.}\pi^2}\, ag^2}{6}$ und wenn die Schwere der Kubikklafter Mauer zu jener der Erde ist, wie m : n, so ist der ganze Erdendruk = $\frac{\overline{\text{sin.}\pi^2}\, ag^2n}{6m}$.

Durch Hilfe des Schwermittelpunkts ist der Druk des Erdendreiecks = $\frac{a^3(e-d)^2n}{6h^2m}$; denn der Inhalt

des

des Dreieks FMC $= \frac{FM \times BC}{2} = \frac{a(e-d)}{2}$ (Fig. 58. Tab. 5.); dessen respektive Schwere $= \frac{a^2(e-d)}{2h}$; der Hebelarm CK wird aus den ähnlichen Dreieken FLQ und FBC bestimmt, und es ist FC: BC = FL: LQ, das ist $h : a = \frac{e-d}{3} : LQ = \frac{a(e-d)}{3h}$; das ganze Moment also $\frac{a^2(e-d)}{2h} \times \frac{a(e-d)}{3h} = \frac{a^3(e-d)^2}{6h^2}$ und wenn das Verhältniß des Mauerwerks zur Erde genommen wird m: n, so ist das ganze Moment $\frac{a^3 n (e-d)^2}{6h^2 m}$. Es ist für sich klar, daß alles, was in dem vorhergehenden von den senkrechten Mauern bewiesen worden, auch für die auf den Horizont schief aufstehende, angewendet werden könne.

Zweitens. Wäre noch der Widerstand der Mauern mit zwischen den Strebepfeilern gespannten Bögen, zu untersuchen und zu berechnen.

Drittens. Ob es gleichgültig sey, Mauern von verschiedener Höhe den nämlichen Theil der Höhe zur Böschung zu geben, und was für ein Theil anzunehmen, am vortheilhaftesten sey?

Daß in der Kontreskarpe — andere Betrachtungen beiseite, Mauern nicht zu entlösen — viel Mauerwerk ersparet werden könnte, und im ausspringenden Winkel die Mauer parallel zu führen, überflüßig sey, folgt aus dem vorhergehenden. Eben so leicht läßt sich auch entscheiden, ob eine Mauer — ceteris paribus — dem Erddruk mehr widerstehe, wenn sie auf der freien Seite bleirecht, und auf der nach der Erde zu stehenden Seite abgedacht gebaut wird.

Von den geometrischen Oertern aller Mauerdiken.

Im (§. 21.) dieser Abhandlung vom Druk der Erde ist gezeiget worden, daß der geometrische Ort oder Skala für gewöhnliche Futtermauern, eine gerade Linie sey. Wenn AB (Fig. 59. Tab. 5.) die Höhe; Aí die Eskarpe; Bí das Mauerrecht vorstellt, so kann die gerade AC den geometrischen Ort aller Mauerdiken für jede Höhe vorstellen, das ist: bei der Höhe AB ist BC die Mauerdike, bei der Höhe Ab ist's bc. Nro. 1.

Dieser Gedanke läßt sich auf alle übrigen Formeln ausdehnen. Es muß auffallen, daß so wie die gewöhnlichen Futtermauern einen geometrischen Ort haben, auch Futtermauern mit Brustwehren, und halbe Futtermauern geometrische Oerter haben müßen. Wir nehmen uns hier vor, diesen Gedanken durch alle Formeln durchzuführen, und hoffen dadurch den mathematischen Liebhabern keinen unangenehmen Dienst zu erweisen.

Erstens. Sieht man die geometrische Auflösung aller Formeln; ihr Werth wird in der Figur anschaulich gemacht, und jenen, die sich in der höhern Mathematik umgesehen haben, muß es Vergnügen erweken.

Zweitens. Wird man alle Säze und Zusäze, die in dem Werke ausgestreut sind, hier wieder finden. Diese Uebereinstimmung, die man auf zweien Wegen findet, ist Bürge für ihre Wahrheit, und sezt diese Theorie in ein helles Licht.

Drittens. Dienet die Zeichnung der geometrischen Oerter, die man auf der 6ten 7ten und 8ten

Tafel findet, um alle Mauerdiken in allen in der Abhandlung vorkommenden Fällen, meßen zu können: und die Uebereinstimmung dieser Zeichnung mit den berechneten Tabellen ist auffallend.

Nro. 2. Im (§. 31.) ist gezeigt worden, daß der geometrische Ort oder Skala für gewöhnliche Futtermauern, welche keine Brustwehr zu tragen haben, eine gerade Linie AC (Fig. 60. Tab. 5.) sey. AB stellt die Mauerhöhe; AI die Eskarp; BI das Mauerrecht vor. Wir wollen aber dieses auf einem andern Weg, und zwar auf jenem suchen, welchen wir hernach für alle andere Mauerdiken werden nehmen müssen, um die Uebereinstimmung abnehmen zu können. Die Formel für die Mauerdiken ist nach (§. 29.) $y = \pm\sqrt{\left(\frac{a^2}{9}+\frac{d^2}{3}\right)} - d$; oder da d allemal ein Theil von a ist, so sey $d = \frac{a}{n}$; dann wollen wir für die Mauerhöhen a immer x sezen, so wird $y = \pm x\sqrt{\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}\right)} - \frac{1}{n}$, welcher Ausdruk eine Gleichung für die gerade Linie ist. Wenn wir also $1 : \sqrt{\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}\right)} - \frac{1}{n} = AB\,(x) : BC\,(y)$ sezen, so wird $BC\,(y) = x\sqrt{\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}-\frac{1}{n}\right)}$; eben so $1 : -\sqrt{\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}\right)} - \frac{1}{n} = AB\,(x) : BD$, so wird $BD = y = -x\left(\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}-\frac{1}{n}}\right)$. Ziehen wir die Linien cAC und DAd, so sind diese der geometrische Ort der Gleichung; die Linie AC aber der geome-

metrische Ort der Aufgabe, welches aus der Natur derselben von selbst einleuchtet. Die vorige Gleichung von Wurzelzeichen befreiet und auf o reduzirt, ist

$$9n^2 y^2 + 18 n xy + (6 - n^2) x^2 = o$$

Anmerkung. Addirt man zu BC $= x \left(\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}} - \frac{1}{n}\right)$ Bí $= \frac{x}{n}$, so wird Cí $= x\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}}$

und subtrahirt man von BD $= -x\left(\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}} - \frac{1}{n}\right)$

auch Bí, so wird Dí $= -x\left(\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}}\right)$; also

Cí $=$ iD $= x\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}}$. Die Verschiedenheit der Zeichen zeiget nur ihre verschiedene Lage gegen die Achse der Abscissen Ai, an. Es ist also iAI als ein Diameter der Linie cAC, dAD anzusehen (*)

(*) In dieser, so wie in allen vorkommenden Figuren dieses Anhanges, sind die Linien nicht nach dem gehörigen Maßstab gezeichnet, weil des kleinen Raumes wegen eine Undeutlichkeit entstanden wäre. Allein in der 6ten, 7ten und 8ten Tafel sind alle in diesem Anhange vorkommende geometrische Oerter im Grossen, nach dem richtigen Maßstab vorgestellet und mit eben den Buchstaben, wie in den kleineren Figuren bezeichnet. Bei Lesung der Artikeln kann man demnach beide Figuren zu rathe ziehen. So findet man den geometrischen Ort für gewöhnliche Futtermauern auf der 8ten Tafel mit eben den Buchstaben CAc und DAd bezeichnet, so wie auch die Böschungslinie IAi, welche der Diameter dieser Linien ist. Der eigentlich brauchbare geometrische Ort ist gelb illuminirt. Eben diese Linie AC und AI ist in Tab. 6 zu sehen, und in Tab. 7 ist AC und AI siebenmal zu finden, weil daselbst für siebenerlei Böschungen der geometrische Ort angegeben wird.

Nro 3. Die Gleichung für die halbe Futtermauer, wenn die äußere Böschung der obern Erde einen Abschiebungswinkel von 45° macht, ist nach (§. 56.) $y = \pm\sqrt{\left(\frac{x^2}{9}+\frac{2lx}{6}+\frac{x^2}{3n^2}\right)}-\frac{x}{n}$, und eben diese gilt auch für die Futtermauer, welche eine Brustwehr zu tragen hat, wenn nur die Futtermauer nicht höher ist, als der Brustwehr Breite. Dieser Ausdruk giebt uns folgende Gleichung

$$y^2+\frac{2xy}{n}+\frac{2x^2}{3n^2}-\frac{x^2}{9}-\frac{lx}{3}=0 \text{ oder}$$

$$9n^2y^2+18nxy+(6-n^2)x^2-3n^2lx=0;$$

welches eine Gleichung für die hyperbola Apoloniana circa diametros ist. Wir wollen sie aber in's analytische Dreiek (A, C, D) einschreiben, und den Werth von y durch eine Reihe suchen. Die einzige obere Determinatrix AB giebt $9n^2y^2+18nxy+(6-n^2)x^2=0$; dieses ist die nämliche Gleichung, wie im vorigen Nro. 2., also der erste Terminus der Reihe $y=\pm x\left(\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right)$ und deutet uns eben die Linien CAc, DAd an. Substituiren wir

Fig. 61 Tab 5. und Tab. 8.

$$9n^2y^2+18nxy+(6-n^2)x^2-3n^2lx=0$$

$$18n^2yx\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right)+18nx^2\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right)$$

$$9n^2x\left(+\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}\mp\frac{2}{n}\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}\right.$$

$$9n^2y + 18n^2yx\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}\right) - 3n^2lx = 0$$

Die zweite Determinatrix CD wird horizontal

$$C^{*}\ {}^{*}D \quad \text{und giebt } 18n^2yx\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}\right) -$$

$$3n^2lx = 0;\ \text{daraus } y = \pm\frac{1}{6\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}};\ \text{welches}$$

also eine geradlinigte Asymptote anzeigt. Die Konstruktion derselben wäre nun: auf die Achse der Ordinaten trage man $AE = AF = \frac{1}{6\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}}$ (Fig. 61 Tab. 5, 6 und 8), und ziehe mit AC, AD die Parallelen GEg, HFh, so sind diese die Asymptoten der Hyperbel. Den dritten Terminus der Reihe wollen wir nicht suchen, da es klar ist, daß die Hyperbeln zwischen den Asymptotenwinkeln GOH, goh liegen müssen.

Ist $y = 0$, so ist $(6 - n^2)x^2 - 3n^2lx = 0$;

daraus $x = 0$ und $x = -\frac{3n^2l}{n^2-6}$. Die Abscissenachse BAR wird also zweimal, einmal im Scheitel A, und das anderemal auf der negativen Seite $AR = \frac{3n^2l}{n^2-6}$ geschnitten.

Ist $x = 0$, so ist $9n^2y^2 = 0$ also $y = 0$; $y = 0$.
Die Achse der Ordinaten KF trift demnach in Schei-

tel die Hyperbel in zwei unendlich nahen Punkten, also EF eine Tangente.

Wir haben Nro. 2 erwiesen, daß CI = ID, also auch GI = IH und EA = AF; also theilt AI alle Ordinaten in halb; AI geht durch's Zentrum O; OA ist ein halber Diameter und AE sein konjungirter.

Da man nun die Asymptoten, und einen Punkt der Hyperbel A darin hat, so läßt sich die Hyperbel leicht graphisch ausdrüken.

Wollte man die erste Achse finden, darf man nur den Winkel GOH in halb theilen. Daß nur der Schenkel AL der geometrische Ort der Aufgab, so wie die ganze Hyperbel der geometrische Ort der Gleichung sey, versteht sich wieder von selbst.

Beispiel. Es sey der Brustwehr Höhe $1 = 6,5$,

also $AE = AF = \frac{6,5}{6 \times \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{75}}} = \frac{6,5}{6 \times \frac{2\sqrt{7}}{15}}$

$= \frac{15 \times 6,5}{6 \times 2\sqrt{7}} = 3,07$. Es sey der Wall über eine Futtermauer 18 Schuh hoch aufgeführt, so wird AE

$= AF = \frac{18}{6 \times \sqrt{\frac{1}{9} - \frac{1}{75}}} = \frac{3}{\frac{2\sqrt{7}}{15}} = \frac{45}{2\sqrt{7}} = 8.54.$

Wenn man sich demnach auf diese Art eine Hyperbel nach einem Maßstab zeichnet, so kann man damit für jede Höhe z. B. AB die zutreffende Mauerdike BL für eine halbe Futtermauer, oder BC für eine gewöhnliche Futtermauer meßen. In der 8ten Tafel und in der 6ten ist diese Hyperbel ganz gezeichnet und blau illuminirt. (Tab. 5. Fig. 61, und Tab. 6 u. 8.)

Es sey Aæ die Höhe des über der Mauer befind- Nro. 4
lichen Walles. Man ziehe mit AE die parallele æδ bis zur verlängerten Böschung 1Aδ; dann von δ die parallele δε mit AB; endlich aus δ die parallele δÆ mit AC; so ist sie der geometrische Ort für die halbe Futtermauer nach der vaubanischen Theorie (§. 61). Diese Linie δÆ wird unsere Hyperbel in einem Punkte y schneiden, und wir können sagen, daß für alle kleineren Mauerhöhen Aβ Vauban zu stark, für alle größeren zu schwach baue (§. 61). Wollen wir wissen, wo diese Höhe Aβ sey, so ist zu bedenken

$$AB(1) : BC\left(\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right) = \delta\varepsilon(1+x) : \varepsilon y =$$

$$= (1+x)\left(\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right) \text{ und } y\beta = (1+x)$$

$$\left(\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right)+\frac{1}{n} \text{ (*); allein } y\beta \text{ ist die Ordi-}$$

nate unserer Hyperbel, also $(1+x)\left(\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right)$

$$+\frac{1}{n} = \sqrt{\left(\frac{x^2}{9}+\frac{1x}{3}+\frac{x^2}{3n^2}\right)}-\frac{x}{n}; \text{ daraus } x =$$

$$\frac{1\left(n^2+3\right)}{n^2-6}.$$

Es sey der Wall über eine Futtermauer 18 Schuh hoch aufgeführt, also Aæ = 1 = 18'; n sey 5, so ist $x = 1\left(\frac{28}{19}\right) = 26,52$. In dieser Höhe trift demnach unsere Theorie mit Vauban zusammen.

(*) Weil λA : λδ = Bí : BA = $\frac{1}{n}$: 1.

Der gröſste Unterschied, um welchen in der Baubanischen Theorie mehr kommt, ist $\sigma\zeta = AE - A\zeta =$

$$\frac{1}{6\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}} - 1\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}};$$ und der gröſste Unterschied, um welchen in der Baubanischen Theorie weniger kommt, ist $A\zeta = 1\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}$. Ist $1 = 18'$, so ist der erste Unterschied 2, 15 Schuh, und der zweite 6, 35 Schuh. Der erste ergiebt sich aber nur bei einer unendlich hohen, der zweite bei einer unendlich niedrigen Mauer. Die gewöhnlichen halben Futtermauern, welche in der Fortifikation vorkommen, sind selten höher, als $18'$, so tief als nämlich der Graben ist; und der Wall darauf hat ebenfalls selten mehr als $18'$. In der 6ten und 8ten Tafel ist dieser geometrische Ort violetfarb illuminirt.

Nro. 5. Die Gleichung für die mit einer Brustwehr beschwerten gewöhnlichen Futtermauern, wenn ihre Höhe gröſser, als der Brustwehr Länge ist, heiſst nach (§. 56)

$$y = \pm\sqrt{\left(\frac{x^2}{9}+\frac{2pl}{3}-\frac{lp^2}{3x}+\frac{x^2}{3n^2}\right)} - \frac{x}{n}.$$

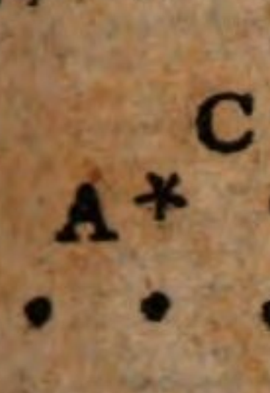
$$y+\frac{x}{n} = \pm\sqrt{\left(\frac{x^2}{9}+\frac{2pl}{3}-\frac{lp^2}{3x}+\frac{x^2}{3n^2}\right)}$$

$$y^2+\frac{2xy}{n}+\frac{x^2}{n^2} = \frac{x^2}{9}+\frac{2pl}{3}-\frac{lp^2}{3x}+\frac{x^2}{3n^2}.$$

$$9n^2xy^2+18nx^2y+(6-n^2)x^3-6pln^2x+3ln^2p^2 = 0.$$

Die krumme Linie, welche diese Gleichung anzeigt, gehört unter die hyperbolae redundantes cum una

diametro, schneiden. deren Asymptoten sich in einem Punkt In's analytische Dreiek eingeschrieben,



giebt die obere Determinatrix AB

$9n^2xy^2 + 18nx^2y + (6 - n^2)x^3$;

daraus $y = x\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2} - \frac{1}{n}}\right)$, welches

eben der in Nro. 1 und 2 gefundene Werth ist, und Fig. 60. die Linien AC; AD bezeichnet. Diese sind demnach 61. Tab. zwei geradlinigte Asymptoten. Macht man $y = \infty$; 7 und 8 so ist AE die obere Determinatrix und giebt $9n^2xy^2 + 3ln^2p^2 = 0$ und $x = -\frac{3ln^2p^2}{9n^2y^2}$; welches eine Hyperbel der dritten Ordnung anzeiget, folglich uns EF zur dritten Asymptote giebt.

Transformiren wir die Gleichung mit dem vorgefundenen Werth von y

$$9n^2xy^2 + 18nx^2y + (6 - n^2)x^3 - 6pln^2x + 3ln^2p^2 = 0$$

$$18n^2x^2y\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}} - \frac{1}{n}\right) + 18nx^3\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}} - \frac{1}{n}\right)$$

$$9n^2x^3\left(\frac{2}{9} + \frac{1}{3n^2} - \frac{2}{n}\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2} + \frac{1}{n^2}}\right)$$

$$9n^2xy^2 \pm 18n^2x^2y\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}} - 6pln^2x + 3ln^2p^2 = 0$$

Nun geht die Determinatrix durch CD, und giebt

$$\pm 18n^2xy\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}} - 6pln^2x = 0;$$ daraus y

$= + \frac{pl}{3x\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}}}$, welches uns eine Hyperbel zur krumlinigten Asymptote giebt, und uns die Lage der vier Schenkeln X; Y; K; l; anzeiget. Die Lage der Schenkeln m, n folget aus der obern Determinatrix AE giebt $x = -\frac{3ln^2p^2}{9n^2y^2}$. Da nur zwei Asymptoten ihre Schenkeln dies und jenseits, die dritte Asymptote aber auf der nämlichen Seite hat, so ist die Krumme eine hyperbola redundans cum una diametro.

Ist $y = o$, so wird $(6-n^2)x^3 - 6pln^2x + 3ln^2p^2 = o$. Die reele Wurzel ist daraus nach Cardans Regel

$$x = \sqrt[3]{\frac{3ln^2p^2}{2(n^2-6)} + \sqrt{\left(\frac{3ln^2p^2}{2(n^2-6)}\right)^2 + \frac{1}{27}\left(\frac{6pln^2}{n^2-6}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{3ln^2p^2}{2(n^2-6)} - \sqrt{\left(\frac{3ln^2p^2}{2(n^2-6)}\right)^2 + \frac{1}{27}\left(\frac{6pln^2}{n^2-6}\right)^3}}.$$

Die andern zwei Wurzeln sind imaginär, da

$$\frac{1}{27}\left(\frac{6pln^2}{n^2-6}\right)^3 < \left(\frac{3ln^2p^2}{2(n^2-6)}\right)^2.$$

Wir können die reele Wurzel leichter finden, wenn wir für die Buchstaben Zahlen sezen. Es sey nun $p = 18'$; $l = 6,5$; so ist $19x^3 + 17550x - 157950 = o$; daraus $x = 8',37$. Machen wir nun AZ = 8, 37, so geht die Krumme durch diesen Punkt. Der Lauf der Krummen ist demnach XWZwY, lm, kn; von diesen ist aber nur der Schenkel WX der geometrische Ort unserer Aufgabe; der Punkt W aber ist da, wo unsere Linie der dritten Ordnung

zwX die Hyperbel AWL N^ro. 3 antrift. Daß dieses geschehen muß, erkennet man daraus; solang die Mauerhöhe der Brustwehr Breite nicht übersteiget, ist die Hyperbel AW der geometrische Ort; sobald sie selbe aber übertrift, wird die Hyperbel dritter Ordnung der geometrische Ort; folglich müssen in demselben Punkt, wo die Mauerhöhe der Brustwehr Breite gleich ist, das ist, wo AS = p oder der Brustwehr Dike gleich wird, beide Krummen zusammentreffen. Dieses zeiget auch die Rechnung; denn an demselben Ort, den beide Krummen gemein haben, haben sie eine gemeinschäftliche Ordinate SW; also

$$V\left(\frac{x^2}{9}+\frac{x^3}{3n^2}+\frac{2pl}{3}-\frac{lp^2}{3x}\right)-\frac{x}{n}=$$

$$V\left(\frac{x^2}{9}+\frac{x^2}{3n^2}+\frac{lx}{3}\right)-\frac{x}{n}$$

$$\frac{x^3}{9}+\frac{x^2}{3n^2}+\frac{2pl}{3}-\frac{lp^2}{3x}=\frac{x^2}{9}+\frac{x^2}{3n^2}+\frac{lx}{3}$$

$$\frac{2pl}{3}-\frac{lp^2}{3x}=\frac{lx}{3}$$

$x^2 - 2px + p^2 = 0 = (x-p)(x-p)$ also $x = p$; $x = p$. Es haben demnach bei der Ordinate AS = p beide Krummen zwei unendlich nahe Punkten W gemein; folglich tangiren sie sich; eben dies geschieht auf der negativen Seite w.

Da der Schenkel WX sich der Asymptote AC immer nähert, in der Unendlichkeit aber erst zusammentrift; so wird der Zuwachs XC, welcher einer Futtermauer wegen der Brustwehr zugesezt werden muß, immer kleiner, je höher die Mauer ist, in der Unendlichkeit wird er erst zero. In der 7 und 8 Tafel ist dieser geometrische Ort papierlgrün illuminirt.

Bei

Nro. 6 Bei der halben Futtermauer, wo die Böschung des Walles nicht mit der Abschiebungslinie parallel

lauft, ist der Erddruk $= \frac{b^2 l}{6} + \frac{a^3}{18} + \frac{bla}{6}$ (§. 59);

oder wenn $b = \frac{1}{2} l$, wie gewöhnlich, ist

$\frac{a^2 l}{6} + \frac{a^3}{18} + \frac{al^2}{12}$, und da $y = \pm \sqrt{\left(\frac{2P}{a} + \frac{d^2}{3}\right)}$

$- d$ (§. 29.); so wird $y = \pm \sqrt{\left(\frac{x^2}{9} + \frac{x^3}{3n^2} + \frac{xl}{3} + \frac{l^2}{6}\right)}$

$- \frac{n}{x}$; daraus $9n^2y^2 + 18n^2xy + (6 - n^2)x^2 -$

$3n^2lx - \frac{3n^2l^2}{2}$.

Vergleichen wir diese Gleichung mit jener (Nro. 3.) so finden wir keinen andern Unterschied als in einem Saz $- \frac{3n^2l^2}{2}$, welcher im analytischen Dreiek

*
* * die Spize einnimmt. Wir erhalten demnach die ersten zwei Säze wie dort

* * *

$$y = x\left(\pm \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}} - \frac{1}{n}\right) \pm \frac{1}{6\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}}}$$

Der geometrische Ort für diese Aufgabe, ist demnach eine Hyperbel zwischen eben denselben Asymptoten. Da aber die Spize des analytischen Dreiecks weil ist, so geht die Hyperbel nicht durch den Anfangspunkt.

Es sey $x = 0$; so ist $9n^2y^2 - 3n^2l = 0$ und $y \pm \sqrt{\frac{l}{6}}$.

Es sey $y = 0$; so ist $(6 - n^2)x^2 - 3n^2lx - \frac{3n^2l^2}{3} = 0$.

$$x^2(n^2 - 6) + 3n^2lx = -\frac{3n^2l^2}{2}$$

$$x^2 + \frac{3n^2lx}{n^2 - 6} = -\frac{3n^2l}{2(n^2 - 6)}$$

$$x^2 + \frac{3n^2lx}{n^2 - 6} - \left(\frac{3n^2l}{2(n^2 - 6)}\right)^2 = \left(\frac{3n^2l}{2(n^2 - 6)}\right)^2 - \frac{3n^2l}{2(n^2 - 6)}$$

$$x = \pm\sqrt{\left(\frac{3n^2l}{2(n^2 - 6)}\right)^2 - \frac{3n^2l^2}{2(n^2 - 6)}} - \frac{3n^2l}{2(n^2 - 6)}$$

Es ist klar, daß der positive Terminus größer als der negative ist; eben so klar ist es, daß der Terminus außer dem Wurzelzeichen größer, als die ganze Größe unter dem Wurzelzeichen sey; folglich sind beide Werthe von x negativ.

Wenn wir also diese Asymptoten gOG, hOH wie in (Nro. 3) ziehen, und tragen auf AF; AV und nach AE; $AT = 1\sqrt{\frac{1}{6}}$; (Fig 62 Tab. 5, 6 und 8) so hat man zwei Punkte der Hyperbel samt dem Asymptotenwinkel, und kann sie leicht zeichnen.

$$AQ = \sqrt{\left(\frac{3n^2l}{2(n^2 - 6)}\right)^2 - \frac{3n^2l^2}{2(n^2 - 6)}} - \frac{3n^2l}{2(n^2 - 6)} \text{ und}$$

$$Aq = -\sqrt{\left(\frac{3n^2l}{2(n^2 - 6)}\right)^2 - \frac{3n^2l^2}{2(n^2 - 6)}} - \frac{3n^2l}{2(n^2 - 6)}.$$

Der

Der Schenkel TP ist der geometrische Ort der Aufgabe. In der Tafel 6 und 8 ist dieser geometrische Ort ziegelfarb illuminirt.

Nro. 7 Die Gleichung zur Mauerdike einer mit einer Brustwehr beschwerten halben Futtermauer, wenn die Wallesböschung einen Winkel von 45° macht, ist nach (§. 62. 63)

$$y = \pm \sqrt{\left(\frac{x^2}{9} + \frac{x^2}{3n^2} + \frac{xl}{3} + \frac{2rq}{3} - \frac{qr^2}{3x}\right)} - \frac{x}{n};$$

daraus $9n^2xy^2 + 18n^2x^2y + (6 - n^2)x^3 - 3n^2x^2l - 6n^2rqx + 3n^2qrr$.

Ins analytische Dreiek

			B
		C*	* D
	A*	*	* E
*	*	*	* F

geschrieben, sieht man, daß die Säze A, C, B, D mit denen im Dreiek (Nro. 3) nur darin unterschieden sind, daß hier alle Säze noch mit einem x multiplizirt sind; folglich müssen die zwei ersten Säze der Reihe eben so ausfallen

$$x\left(\pm \sqrt{\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2} - \frac{1}{n}\right)}\right) + \frac{1}{6\left(\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}}\right)};$$ welches eben dieselben Asymptoten anzeiget, und die wir (Fig. 63 Tab. 7 und 6) mit eben denselben Buchstaben GEOg und HOFh der Vergleichung wegen anzeigen wollen. Auch die Hyperbel lωAWL der geometrische Ort der Gleichung sey hier gezeichnet.

Die dritte Determinatrix muß durch CE gehen; dieserwegen müssen wir den Saz A transformiren

$$\frac{9n^2xy^2}{\pm 18n^2xyl}$$

$$6\sqrt{\frac{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}{\frac{n^2\,x\,l^2}{\frac{4}{9}+\frac{12}{n^2}}}}$$

Die dritte Determinatrix giebt

$$\pm 18n^2x^2y\sqrt{\frac{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}+\frac{n^2x^2l}{\frac{4}{9}+\frac{12}{n^2}}}-6n^2rqx=0$$

$$y=\frac{\pm\ 6n^2rq\mp\frac{n^2xl}{\frac{4}{9}+\frac{12}{n^2}}}{18n^2x\sqrt{\frac{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}}}$$

Der zweite Terminus ist allemal grösser, als der erste; also y auf der positiven Seite negativ; auf der negativen positiv. Wir erkennen nun die Lage der vier unendlichen Schenkeln A, B, C, D.

Die obere Determinatrix AF giebt uns $9n^2xy^2 + 3n^2qrr = 0$; $x = -\frac{qrr}{3y^2}$ und zeigt die Schenkel E, F an. Ist $y = 0$; so ist $(6-n^2)x^3 - 3n^2x^2l - 6n^2rqx + 3n^2qrr = 0$ (*).

Die

(*) Es sey der Brustwehr Höhe $q = 6,5$, der Brustwehr Breite $r = 18'$, des Walles Höhe $l = 18'$; so ist obige Gleichung in Zahlen ausgedrükt $19x^3 + 1350x^2 + 17550x - 157950 = 0$; daraus $x = 6 = AD$.

Die Wurzel davon zeigt uns den Punkt H an, wo die Abscissenachse geschnitten wird, und wir können uns nun den Lauf der Krummen vorstellen, welche (da wieder zwei Asymptoten ihre Schenkel dis und jenseits haben, die dritte aber ihren auf der nämlichen Seite hat) zu den Hyperbolae redundantes cum una diametro gehören, deren Asymptoten sich aber nicht in einem Punkte schneiden. Daß nur der Schenkel BA der geometrische Ort der Aufgabe sey, versteht man schon, und der Punkt W ist da, wo AS der Brustwehr Breite gleich ist, aus (Nro. 5.). Also BA der geometrische Ort einer mit einer Brustwehr beschwerten halben Futtermauer, wenn die Mauer höher, als die Brustwehr breit ist. Wäre sie aber niedriger, so ist der geometrische Ort nichts anders, als wie in (Nro. 3.) eine Hyperbel, deren Asymptoten $\omega\Phi M$, $\omega\pi N$ zu finden, man

$$A\Phi = A\pi = \frac{1}{\sqrt[6]{\frac{1}{9} + \frac{1}{3n^2}}}$$ zu machen hat; wo

über 1 der Walles samt Brustwehrs Höhe gleich ist. Die apolonianische Hyperbel wäre AG, welche wieder von der hyperbola redundans in B tangiret werden muß.

Die Theile der Ordinaten WB zwischen den Hyperbeln AWL und HBA, sind der Zuwachs, den eine halbe Futtermauer wegen der Brustwehr erhalten muß. In der 6 Tafel ist die hyperbola redundans meergrün illuminirt, wenn aber die Mauer niedriger ist, als die Brustwehr Breite hat, so ist der geometrische Ort nur die punktirte Hyperbel.

Nro. 8 Hat die Böschung nicht 45°, sondern wie (§. 59.) und in der dortigen Figur (Fig. 28. Tab. II.) BO = $\frac{1}{2}$ Dy; so ist (§. 62. 63.)

$$y = \pm\sqrt{\left(\frac{xl}{3} + \frac{x^2}{9} + \frac{l^2}{6} + \frac{2qp}{3} - \frac{qp^2}{3x} + \frac{2s^2}{3} + \frac{x^2}{3n^2}\right)} - \frac{x}{n}$$

daraus

$$9n^2y^2x + 18nx^2y + (6 - n^2)x^3 + 3n^2lx^2$$

$$+ 3qn^2p^2\left(\frac{-3l^2n^2}{2} - 6n^2s^2 - 6qpn^2\right)x + 3qn^2p^2 = 0.$$

Aus dem analytischen Dreiek

```
    *
  * *
* • *
• • • *
```

sieht man ebendieselben Felder mit den nämlichen Zeichen besezt, wie die im vorigen Nro.; auch sind die Werthe gleich, bis auf die Koeffizienten von x; folglich bekommen wir hier auch eine Hyperbola redundans cum una diametro zwischen ebendenselben Asymptoten, welche wir in der 6ten Tafel mit μΦΨ bezeichnen wollen, und welche aschgrau illuminirt ist.

Nro. 9. Wenn die Brustwehr auf die Mauer drukend angesehen wird, wie (§. 69.) erklärt worden, und die Mauer ist nicht höher, als die Abschiebungslinie abschneidet; welches auch der Fall bei einer halben Futtermauer ist, so haben wir im erwähnten (§. 69.) gefunden (*)

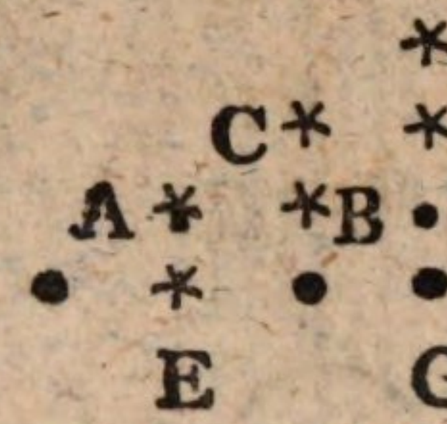
$$xy^2 + \frac{2x^2y}{n} + \frac{x^3}{3n^2} + \frac{ly}{3}\left(\frac{x}{n} + \frac{1}{2}y\right) = \frac{x^3}{18} + \frac{lx^2}{6}$$

$$\frac{}{2}$$

(*) Dies heißt, wenn der Abschiebungswinkel 45° ist. Für die andern Fälle, als wenn die Böschung des Walles der halben Höhe gleich ist, oder wenn bei dem Wall noch eine Brustwehr vorhanden ist, wäre überflüßig; da doch Niemand Mauern nach dem Grundsaz bauen wird. Diese Fälle werden auch blos als mathematische Schönheiten vorgetragen.

daraus

$$9n^2xy^2 + 18nx^2y + (6-n^2)x^3 + 61nxy + 3n^2ly^2 - 3ln^2x^2 = 0.$$



Die erste Determinatrix giebt wie sonst $y = x\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}} - \frac{1}{n}\right)$

$$9n^2xy^2 + 18nx^2y + (6-n^2)x^3 + 61nxy + 3n^2ly^2 - 3ln^2x^2$$

$$18n^2yx^2\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}} - \frac{1}{n}\right) + 18nx^2\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}} - \frac{1}{n}\right) + 6lnx^2\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n}} - \frac{1}{n}\right)$$

$$+ 6n^2lyx\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}} - \frac{1}{n}\right)$$

$$9n^2x\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}\mp\frac{2}{n}\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n}}+\frac{1}{n^2}\right) \qquad +3n^2lx^2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}\mp\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}+\frac{1}{n^2}\right)$$

$$9n^2xy \pm 18n^2yx\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3}n^2} - 21 - \frac{81n^2x^2}{3} \pm 61nxy\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}} + 31n^2y^2$$

Die zweite Determinatrix giebt

$$\pm 18n^2yx^2\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}} = \left(21+\frac{81n^2}{3}\right)x^2$$

$$y = \pm 1 + \frac{4}{3}\,1n^2$$

$$\frac{3}{9n^2\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}} = \pm A = Ae = Af,$$

Um die dritte Determinatrix zu finden, haben wir nur jene Säze A, B zu transformiren nöthig, welche das Feld B anfüllen.

$$9n^2xy^2 \pm 6lnxy\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}$$

$$\pm 18n^2xyA \mp 6lnxA\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}$$

$$9n^2xA^2$$

Also die Determinatrix CD giebt

$$\pm 18n^2yx^2\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}} \mp 9n^2xA^2 \mp 6lnxA$$

$\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}} = 0$ woraus man gleich sieht, daß die Werthe von y auf der positiven Seite negativ, und auf der negativen, positiv werden müssen.

Wir erkennen nun schon die zwei Asymptoten goq und hok (Fig. 64 Tab. 7) mit den 4 Schenkeln l, s, n, m. Die obere Determinatrix AE giebt die dritte Asymptote H′ H″ $x = \frac{1}{3}$. Die vier Säze C, B, F, D transformirt, wird

$$6lnxy + 18nx^2y + (6-n^2)x^3 - 3ln^2x^2$$

$$\frac{-6l^2ny}{3} - 12nlxy(-6+n^2)lx^2 + 2l^2n^2x$$

$$+ 2Bylx^2 \quad (6-n^2)\frac{2}{9}l^2x - \frac{l^3n^2}{3}$$

(—

$$\left(-6+n^2\right)\frac{2\,l^3}{9.3.3}$$

$$\left(n^2-6\right)\frac{2\,l^3}{9.3.3}-\frac{n^2\,l^3\,3.9}{3.3.9}=\frac{25l^3n^2-121}{3.3.9}$$

die Determinatrix AG giebt $9n^2xy^2-\frac{25l^3n^2-121^3}{3.3.9}$ der Werth von x also positiv, und zeigt die zwei Schenkeln R, S an.

Im Scheitel ist ein Punktum duplex, weil die Felder B, D, G leer sind; man findet auch, wenn $y=0$; $\left(6-n^2\right)x^3-3ln^2x^2=0$; daraus $x=0$; $x=0$; $x=\frac{-3ln^2}{n^2-6}$; welches anzeiget, daß die Abscissenachse zweimal in A und einmal in a geschnitten wird.

Ist $x=0$, so ist $3n^2ly^2=0$, daraus $y=0$; $y=0$; also die Ordinatenachse eine Tangente.

Die Böschungslinie lAOa ist der Diameter. Die Krumme gehört wieder in die Klasse der Hyperbolarum redundantium cum una diametro.

Zeichnen wir wie in (Nro. 3.) die Asymptoten OH, OG samt der Hyperbel LAM, den geometrischen Ort für die halbe Futtermauer, worauf die Erde nicht drukt, hinzu, so zeigt uns lL die Differenz an, um was in der Vorausſezung — die Erde druke auf die Mauer — sie schwächer gemacht werden darf, als wenn wir dieses nicht vorausſezen. Der grösste Unterschied aber, der stat finden kann, und erst in der Unendlichkeit sich ereignet, ist Ee =

$$\frac{1}{6\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}}-\frac{1+\frac{4}{3}ln^2}{9n^2\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}}.$$ Ist nun die Walleshöhe $l = 18'$, so ist diese Differenz $3', 97.$ In der 6ten Tafel ist diese Hyperbel braun illuminirt.

Nro. 10 Wenn die Brustwehr auf die Mauer drukend angesehen wird (Fig. 25. Tab. III.); so haben wir die Gleichung im (§. 68.) gefunden.

$$\frac{xy^2+\frac{2x^2y}{n}}{2}+\frac{x^3}{3n^2}+\frac{ly}{3}\left(\frac{x}{n}+\frac{1}{2}y\right)=\frac{x^3}{18}$$

$$+\frac{xlp}{3}-\frac{xly}{3}-\frac{lp^2}{6}+\frac{lpy}{3}-\frac{ly^2}{6}$$

$$9n^2xxy^2+18nnx^2y+(6-n^2)x^3+(6ln+6ln^2)$$

$$xy-6ln^2px-6n^2lpy+3n^2lp^2=0.$$

```
      * C
  B * • D
  * *E* * F
  • • * *
      G
```

Die erste Determinatrix AC giebt uns wie allemal $y = x\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right)$; die transformirte Gleichung wird:

$$9n^2xy^2+18n^2x^2y\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}\right)+$$

(6

$$(6ln + 6ln)\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right)x^2 +$$

$$+(6ln+6ln^2)xy-(6n^2lp\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right.$$

$$-6ln^2p)x-6n^2lpy+3n^2lp^2=0.$$

Die zweite Determinatrix BD wird horizontal und giebt:

$$18n^2x^2y\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}\right)+(6ln+6ln^2)$$

$$\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right)x^2=0;\ \text{daraus } y=$$

$$\pm\frac{1+ln}{3n^2\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}}-\frac{1+ln}{3n}.$$ Dieser Werth kann zwar positiv oder negativ seyn; je nachdem n eine Größe hat; da aber der kleinste Werth von n in der Fortifikation 5 ist, so finden wir hier schon beide Werthe von y negativ. Es sey z. B. $l=6,5$ und $n=5$; so ist $y=-1,13=AE'$, und $y=-4,07=AF'$. Wir haben also zwei Asymptoten G'E' g', I'F' i' Tab. 7 Fig. 65 und Tab. 8

Um die Gleichung der dritten Determinatrix BF zu finden, haben wir nur die zwei Säze A und E zu transformiren nöthig; wir wollen aber hier der Kürze wegen $\frac{\pm 1+ln}{3n^2\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}}-\frac{1+ln}{3n}=-A$ nennen;

$$9n^2xy^2 + (6ln + 6ln^2)xy$$

$$- 18n^2 xyA - (6ln + 6ln^2)xA$$

$$9n^2 xA^2$$

$$\text{also } 18n^2x^2y\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}\right) + 9n^2 xA^2 - (6ln$$

$$+ ln^2)xA - \left(6n^2lp\left(\pm\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n}}^2 - \frac{1}{n}\right)\right.$$

$$\left. + 6ln^2p\right)x = 0.$$

$$y = \frac{-A^2}{+2x\sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{3n^2}}} \pm \left(\frac{1+ln}{3n\left(\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}\right)}\right)\frac{A}{x} + \frac{lp}{3x}$$

$$\mp \frac{lp}{3xn\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}} \pm \frac{lp}{3x\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}}.$$

Aus welcher Gleichung folgt, daß der Werth von y auf der positiven Seite, positiv, auf der negativen, negativ sey. Wir erkennen also die 4 Schenkel H′, K′, L′ M′. (Fig. 65. Tab. 7.).

Die obere Determinatrix AG enthält die Gleichung zur Hyperbel, und giebt uns die Ordinatenachse zur dritten Asymptote, und läßt uns die Schenkel N, O erkennen.

Wir haben nun alle drei Asymptoten, welche ihre unendliche Schenkel dieß und jenseits haben; folg-

folglich gehört die Krumme zu den hyperbolis redundantibus absque diametro.

Ist $y = o$; so wird $(6 - n^2)x^3 - 6ln^2px + 3n^2lp = o$ die nämliche Gleichung wie (Nro. 5.), wo wir AZ = 8, 37 fanden.

Die Hyperbel, welche der geometrische Ort einer mit einer Brustwehr beschwerten Mauer, wo aber die Erde nicht auf die Mauer drukend angesehen wird, sey wie in (Nro. 5.) Z W X. Derselben Asymptote ist AC der geometrische Ort einer ordinären Futtermauer; PA wäre demnach die Verringerung, welche man bei der Vorausſezung — die Brustwehr druke auf die Mauer — der Mauer geben kann. Die gröste Verringerung aber, die erst in der Unendlichkeit stat findet, ist AE = 1, 13, also kaum der Betrachtung werth.

Wollen wir wissen, wo unsere Hyperbel ZWH die Linie AC schneiden wird; so dürfen wir, da beide Linien die Ordinate Sv, gemein haben, nur den Werth von Sv in der Linie AP gleich

$$x\left(\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right)$$

in die Gleichung für die Linie ZWH substituiren, und daraus den Werth von x suchen; wir erhalten

$$9n^2x\left(\frac{1}{3n^2}+\frac{1}{9}-\frac{2}{n}\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}+\frac{1}{n^2}}\right)+18nx^3$$

$$\left(\sqrt{\frac{1}{3n^2}+\frac{1}{9}}-\frac{1}{n}\right)+(6-n^2)x^3+x^2(6ln+6ln^2)$$

$$\left(\sqrt{\frac{1}{3n^2}+\frac{1}{9}}-\frac{1}{n}\right)-6ln^2px-6n^2lpx$$

$$\left(\sqrt{\frac{1}{3n^2}+\frac{1}{9}}-\frac{1}{n}\right)+3n^2lp^2=0$$

$$(6ln+6ln^2)\left(\sqrt{\frac{1}{3n^2}+\frac{1}{9}}-\frac{1}{n}\right)x^2-$$

$$(6ln^2p+6ln^2p\left(\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{3n^2}}-\frac{1}{n}\right)x=$$

$$-3n^2lp^2$$ daraus:

$$x=\pm\sqrt{\left(\frac{np+np\left(\sqrt{\frac{1}{3n^2}+\frac{1}{9}}-\frac{1}{2}\right)}{2(1-n)\left(\sqrt{\frac{1}{3n^2}+\frac{1}{9}}-\frac{1}{n}\right)}\right)^2}$$

$$-\frac{np^2}{2(1+n)\left(\sqrt{\frac{1}{3n^2}+\frac{1}{9}}-\frac{1}{n}\right)}+\frac{np+np\left(\sqrt{\frac{1}{3n^2}+\frac{1}{9}}-\frac{1}{n}\right)}{2(1+n)\left(\sqrt{\frac{1}{3n^2}+\frac{1}{9}}-\frac{1}{n}\right)}$$

dieses in Zahlen aufgelöst, wenn $n=5$, $p=18$; so finden wir ganz natürlich beide Werthe positiv

und $x=AO=8.28$ und $x=Av=138',86$. Also in einer Höhe von fast 139 Schuhen macht die Brustwehr keine Verstärkung mehr nöthig; bei einer größern Höhe litte sie noch eine Verminderung, oder die Brustwehr erforderte eine negative Mauerdike. In der 8ten Tafel ist dieser geometrische Ort hochroth illuminirt.

Aus der Gleichung (§. 68.) wird

$$y = \pm \sqrt{\frac{x^3}{9} + \frac{2lp}{3} - \frac{lp^2}{3x} + \left(\frac{x}{n} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{3} - \frac{lp}{3x}\right)^2}$$

$$- \frac{x}{n} - \frac{1}{3n} - \frac{1}{3} + \frac{lp}{3x}.$$ Wenn man zum positiven Werth von y die Größe außer dem Wurzelzeichen

$$- \frac{x}{n} - \frac{1}{3n} - \frac{1}{3} + \frac{lp}{3x}$$ addirt, und sie vom negativen Werth von y abzieht, so erhält man zwei gleiche Werthe. Heißen wir $- \frac{x}{n} - \frac{1}{3n} - \frac{1}{3} + \frac{lp}{3x} = Z$,

so wird $- \frac{3x^2}{n} - \frac{lx}{n} - lx + lp = 3xz$ oder $3nxz$

$+ 3x^2 + (1 + nl)x - nlp = o$, eine Gleichung zur Hyperbel zwischen den Asymptoten. Ins analytische Dreiek eingeschrieben, finden wir die ersten zwei Sätze der Reihe von $z = - \frac{x}{n} - \frac{1 + nl}{3n}$. Der erste Saz deutet die Böschungslinie Aí an, und der zweite Saz giebt $\frac{1 + nl}{3n} = AV'$, durch welchen Punkt V' die Parallel V''' V' V'' mit Aí gezogen, eine Asymptote anzeiget. Daß diese Asymptote durch den Punkt V'', wo die Asymptoten G' E' g' und í'F' i' sich kreuzen; kann man aus der Betrachtnng der gefundenen Werthe von AE', AF' leicht einsehen. Eine Hyperbel zwischen den Asymptoten V' N, und V' V''' ist also der krumlinigte Diameter unserer Hyperbola redundans. Sie ist auf der 8ten Tafel punktirt vorgestellet.

Erklärung der 6ten, 7ten und 8ten Kupfertafel.

In der 7ten Tafel sind die Linien $A\frac{1}{5}i$; $A\frac{1}{6}i$ u. s. w. $A\frac{1}{10}i$ die Böschungslinien der Mauer, und zwar $A\frac{1}{5}i$, wenn die Böschung $\frac{1}{5}$ der Höhe beträgt u. s. w. In der 6ten und 8ten Tafel findet man nur eine Linie Ai, welche die Böschungslinie bei $\frac{1}{5}$ Mauerrecht ist.

Die gelb illuminirten Linien **AC** sind der geometrische Ort der Mauerdiken für gewöhnliche Wälle ohne Brustwehr.

In der 7ten Tafel sind aber $A\frac{1}{5}C$; $A\frac{1}{6}C$ u. s. w. die Mauerdiken bei $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$ u. s. w. Böschung.

Die blau illuminirte apolonianische Hyperbel auf der 8ten, und alle 7 auf der 7ten Tafel, sind die geometrischen Oerter für halbe Futtermauern, deren Wallesböschung der Höhe gleich ist. Hingegen ist die ziegelrothe apolonianische Hyperbel auf der 6ten und 8ten Tafel, der geometrische Ort für halbe Futtermauern, deren Wälle nur die halben Höhen zur Böschung haben. Die violetfarbe gerade Linie ist endlich der geometrische Ort für halbe Futtermauern, nach Vaubans Theorie.

Die

Die paperlgrüne Hyperbola redundans y z x in der 8ten Tafel, und alle sieben in der 7ten Tafel, sind der geometrische Ort für die Mauerdiken gewöhnlicher Futtermauern, die mit einer Brustwehr beschwert sind; wo wieder $\frac{1}{5}$ X; $\frac{1}{6}$ x u. s. w. in der Tafel diese Diken bei $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$ u. s. w. Böschung bedeuten. Dieser geometrische Ort ist aber nur von Punkt W abwärts zu gebrauchen; wo nämlich die Mauer höher, als die Brustwehr breit ist, von denen ist der geometrische Ort die blaue apolonianische Hyperbel AWL in der 7ten und 8ten Tafel, die also von W bis A uns hier genüge leistet.

Die meergrüne Hyperbel AWHWB ist der geometrische Ort für halbe mit einer Brustwehr beschwerte Futtermauern; wenn die Wallesböschung der ganzen Höhe gleich ist: sie kann aber nur von Punkt W an abwärts gelten; von denen aufwärts, das ist, wo die Mauer nicht höher, als die Brustwehr breite ist, dienet die punktirte apolonianische Hyperbel.

Die braune Hyperbola redundans ist der geometrische Ort für halbe Futtermauern ohne Brustwehr mit einem Walle von ganzer Böschung, wovon die Erde auf die Mauer drukend angenommen wird. Die grasgrüne aber ist die halbe Futtermauer, wenn sie mit einer Brustwehr beschwert ist, und die Erde druket wie vor gesagt worden auf die Mauer.

Die hochroth illuminirte Hyperbola redundans absque diametro auf der 8ten Tafel, ist der geometrische Ort für eine gewöhnliche Futtermauer mit Brustwehr, wovon diese auf die Mauer zu druken angenommen wird.

Die

Die aschgraue Hyperbel $\mu \Phi \psi$ ist der geometrische Ort für halbe mit Brustwehren beschwerte Futtermauern, wovon die Wallesböschung der halben Höhe gleich ist. Diese ist wieder nur von Punkt W'' brauchbar, von da an gilt die punktirte apolonianische Hyperbel ψ W'' Δ ω'' μ.

Die gewöhnlichen Futtermauern ohne Brustwehr, und jene mit Brustwehren, wovon Belidor gehandelt, kommen meistens vor; dieserwegen findet man in der 6ten Tafel alle Mauerdiken für welch immer eine Böschung; die andern Fälle kommen seltener vor; derohalben ist die 7te und 8te Tafel blos für $\frac{1}{5}$ Böschung gezeichnet worden.

Die Maßstäbe auf der 6ten und 8ten Tafel dienen, um in den apolonianischen Hyperbeln, welche für halbe Futtermauern gehören, die Mauerdiken messen zu können, die Walleshöhe mag was immer für eine seyn. Z. B. Es sey die Dike für eine 18′ hohe halbe Futtermauer zu finden, die einen 18′ hohen Wall zu tragen hat, und wovon die Böschung der ganzen Höhe gleich ist, so nehme man auf dem ersten Maßstab 15′, trage sie von A nach a; so ist die Ordinate ab an der blauen Hyperbel die gesuchte Dike, die gemessen, 7. 86 Schuh giebt.

Wäre der Wall 9′ hoch, so messe man auf dem zweiten Maßstab 15 Schuh, trage sie von A nach n, so ist nm die gesuchte Dike, die gemessen, 5, 54 Schuh giebt. Wäre die Walleshöhe 12′, so messe man auf den dritten Maßstab 15′, trage sie von A nach x, so ist xy von 6, 38 Schuh die gesuchte Dike.

Anhang.

Abhandlung über das Abrollen und den Druk der Erde gegen eine senkrechte Fläche, vom Herrn Hauptmann von Zach.

Mit zwei Kupfertafeln.

Vorerinnerung.

Dieser Anhang ist nichts anders, als das Resultat aller Bemerkungen aus den vielen Unterredungen über den Druk der Erde, deren mich, der durch seine Kenntnisse in der Mathematik und andern Wissenschaften, als durch seine sonstigen Eigenschaften, der Welt bekannte Herr Verfasser vorhergehenden Werkes, Herr Feldmarschallieutenant Graf Franz Kinsky, während den Jahren, die ich unter Ihm zu dienen die Ehre genieße, zu würdigen die Gelegenheit hatte.

Wenn derselbe in diesem seinem Werke, das unter dem Titel Beiträge zur Ingenieurwissenschaft im Jahre 1776 zum erstenmal erschien, nicht nach seinem in diesem Anhange erläuterten Grundsaze vorgeht; so mag die eine Ursache seyn, daß er hier nichts neues — blos dasselbe bei dieser neuen Auflage überarbeiten wollte. Die zweite, weil eigentlich daraus kein wesentlicher praktischer Vortheil entspringt, und man bei der belidorischen Hypothese, die Erde schiebe sich in parallelen Erdschichten ab, so unerwiesen sie immer ist, eben so gut bleiben könne, als bei der neuern, die, wenn gleich wahrer, und eleganter, uns wie jede andere bei der Ausführung darinn der größten Ungewißheit überläßt, daß immer stärker gebaut werden muß, als die Theorie uns anweiset.

Hierüber nun äußert sich der Herr Verfasser im §, 109 §§. mit so auffallender Wahrheit als Schönheit, und nach diesem erkläre auch ich mich weitläufiger, im Laufe dieses Anhangs.

Man muß den Geist des Herrn Verfassers im Gange seiner Gedanken wahrnehmen, welcher bei einer strengen Theorie, die genaueste Anwendung nie aus den Augen verliert, nie dieser die Zügel entschlüpfen läßt, wenn jene gleich im feurigstschnellen Lauf, muthig vor sich schreitet. So unterscheidet er sich vom grossen Haufen, und verräth — wenn wir's auch nicht schon wüßten — er habe im Kriegsbau mehr noch, als — reif nachgedacht.

§. 1.

Die Körperchen, woraus ein Körper zusammengesezt ist, haben einen Zusammenhang, lassen sich nur mit einer Potenz von einander trennen. Dieser Widerstand rührt von ihrer Grösse, Figur, Lage, Attraktion, und noch vielen uns unbekannten Ursachen her; genug es benöthiget einer Kraft P das Körperchen A von der Masse BCFG zu trennen.

Tab. IX Fig. I.

§. 2.

Es sey die Schwere oder dafür der Inhalt des Körperchens s, und die Potenz, welche gerade im Stande wäre, selbes von der Masse zu trennen, seye $\frac{s}{n}$ — Hier bedeutet n eine absolute Zahl; ist sie grösser als 1 so wäre P kleiner als die Schwere, wäre sie aber kleiner als 1, so ist P grösser als die Schwere von A: so ist demnach $P = \frac{s}{n}$. Wir können für die Schwere des Körperchens seinen Inhalt, und wenn wir jene gleich und ähnlich sezen, statt der Inhalte eine linearische Dimension annehmen. Wenn also BC = x so kann man dx für die Schwere eines Körperchens gebrauchen. Für die Kraft, welche ein solches Körperchen in horizontaler Rich-

Richtung trennen kann, wollen wir uns des Buchstabs p bedienen. Es wäre demnach $P = pdx$.

§. 3.

Liegen längst BC solche Körperchen A, die wir unendlich klein annehmen können, so ist

$$P = \frac{s}{n} \times BC = \int pdx = px.$$

Würde jedes Körperchen A mit einer Last r beschweret, so müßte es der Kraft P nun schwerer werden, das Körperchen A zu trennen. Diese Last r macht aber nichts anders, als daß sie das Körperchen tiefer eindrükt, und wir befinden uns hier im Falle der Friktion. Indessen wollen wir diesen Widerstand mit $\frac{r}{q}$ ausdrüken.

Sind alle Körperchen längst BC mit solchen Lasten r beschweret, so ist der Widerstand aller mit $\frac{r}{q} \times BC$ auszudrüken. Wenn die Last r homogen mit dem Körperchen ist, so ist sie mit dem Inhalte $dx \times EC$ auszudrüken: und gesammte Last auf alle Körperchen längst $BC = \int dx \times EC = x \times EC$. Folglich die von dieser Last herrührende Friktion $\frac{x \times EC}{q}$. Es ist also $P = px + \frac{x \times EC}{q}$

§. 4.

Der Theil px ist demnach die Summe des Zusammenhanges, den die Körperchen längst BC äußern, p ist der Widerstand eines jeden, und da p bei einerlei Materie für jedes Körperchen dasselbe ist, so verhält sich der Zusammenhang oder der Widerstand, den eine Materie der Trennung entge-

gen sezt, wie die Länge die getrennt werden soll, und es kommt auf die Höhe BD oder die Belastung, über die Trennungslinie nicht in diesem Theile an; denn was die Belastung Schwierigkeiten macht, erscheinet im andern Theil unserer Formel $\frac{x \times EC}{q}$

Es ist aber $x \times EC$ der Inhalt oder das Rechtangel BCED also $\frac{BCED}{q}$ die Vermehrung des Widerstandes gegen die Trennung, die von der Last herrühret, und sich wie die Inhalte der Belastung bei gleichartiger Materie verhalten.

§. 5.

In dieser Formel ist uns sowohl p als q unbekannt. p bestimmt sich nach den verschiedenen Materien. Bei Stein wird es sehr groß, kleiner bei Erde seyn; beim Wasser wird es gleich zero werden. In verschiedenen Erdarten wird es ebenfalls verschieden seyn; größer im Leimen, kleiner in sandiger Erde.

Der Werth von q beruhet auf der Rauhigkeit der Materie, und wird bei verschiedenen Materien auch verschieden seyn. In der Mechanik wird $q = 3$ angenommen: diesen Werth geben Erfahrungen mit festen nicht sehr rauhen Körpern, als Holz und Eisen. Aber z. B. bei Erde, muß die Friktion, als bei einem rauhern Körper mehr betragen, folglich q kleiner als 3 werden. Wir werden zu seiner Zeit die Werthe von p und q suchen, hier merken wir nur noch an, daß p eine Linie vorstellen müße, da das Körperchen auch durch eine linearische Dimension dx vorgestellt ist, q ist aber eine absolute Zahl.

§. 6.

§. 6.

Gesezt wir hätten eine Masse von was immer einer Materie ABCD, wovon AB horizontal, CB vertikal seyn solle. Wenn gleich diese Masse frei für sich stehen bliebe, so ist doch nicht zu läugnen, daß unendlich viele Kräfte vorhanden sind, die eine Trennung bewerkstelligen wollen, nur daß sie in diesem Falle todte Kräfte sind. Ich erkläre mich. Man ziehe, wie immer eine Linie EB, FB, GB, HL, ꝛc. ꝛc. so wiegt (ponderat) das Dreiek ECB mit seiner Schwere, und würde auch längst EB herabfallen, wenn der Zusammenhang der Materie längst EB nicht größer wäre, als die sinkende Kraft von ECB; daßselbe läßt sich vom Dreiek FCB gegen FB, vom Dreiek GCB gegen GB, vom Dreiek LCH gegen LH sagen. Tab IX Fig. II.

Wir wollen die Kraft eines Dreieks suchen, mit welcher es die Trennung zu bewerkstelligen trachtet; dann wollen wir auch den Widerstand, den die Materie dieser Kraft entgegen stellet, erforschen.

§. 7.

I. Aufgabe. Die Kraft eines Dreiekes FCB auszudrüken, mit welcher es sich von der ganzen Masse längst FB loszumachen suchet.

Auflösung. Es sey CB = a; CF = x, FB = $\sqrt{a^2 + x^2}$

so ist FB $\left(\sqrt{a^2+x^2}\right)$: CB (a) = FCB $\frac{ax}{2}$

$\frac{a^2 x}{2\sqrt{a^2+x^2}}$ die Kraft, mit welcher das Dreiek auf der schiefliegenden Fläche herabsinken, folglich sich von der übrigen Masse trennen will.

§. 8.

II. Aufgabe. Den Widerstand der Materie auszudrüken, welchen sie der trennenden Kraft des Dreieks FCB entgegen sezt.

Auflösung. Es sey p der Widerstand eines Körperchens, so ist $p\sqrt{a^2+x^2}$ der gesammte Widerstand vom Zusammenhang der Materie (§. 3 und 4) die Körperchen sind aber noch mit dem Dreieke FCB belastet, welche Last wir also finden.

$$FB\left(\sqrt{a^2+x^2}\right) : FC\,(x) = FCB\left(\frac{ax}{2}\right) : \frac{ax^2}{2\sqrt{a^2+x^2}}$$

die Belastung. Folglich $\frac{ax}{2q\sqrt{a^2+x^2}}$ der von der Belastung herrührende Widerstand. Also

$$p\sqrt{a^2+x^2} + \frac{ax^2}{2q\sqrt{a^2+x^2}}$$ der gesammte Widerstand gegen die trennende Kraft.

§. 9.

Es giebt Materien, als der Stein, wo der Widerstand der trennenden Kraft überlegen ist, aber auch Materien, wie Erde, wo leztere grösser ist, und eine Trennung erfolgen muß. Ohne noch da hinein zu gehen, so merken wir an, daß eines jeden Driekes GCB, FCB, GCB ꝛc. ꝛc. trennende Kraft, gegen den derselben sich entgegenstrebenden Widerstand, ein anderes Verhältniß haben werde; ja es kann seyn, daß bei manchem Kraft und Widerstand einander

der gleich, so wie auch lezte der ersten überlegen seyn können.

§. 10.

III. Aufgabe. Jene Dreieke anzugeben, deren trennende Kräfte den denselben entgegenstrebenden Widerständen gleich sind.

Auflösung. In diesem Falle muß demnach

$$p\sqrt{a^2+x^2}+\frac{ax^2}{2q\sqrt{a^2+x^2}}=\frac{a^2x}{2\sqrt{a^2+x^2}}$$ seyn aus §. 7

und 8 daraus $$x=\pm\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{qa^2}{2pq+a}\right)^2-\frac{2pqa^2}{2pq+a}}$$

$$+\frac{1}{2}\left(\frac{qa^2}{2pq+a}\right)$$ Aus diesen folgende Zusäze.

§. 11.

I. Zusaz. Wenn $$\frac{1}{4}\left(\frac{qa^2}{2pq+a}\right)^2<\frac{2pqa^2}{2pq+a}$$ so wird x imaginär; d. i. die trennende Kraft kann dem Widerstand nie gleich werden. Dieses begegnet uns, wenn p gegen a zu einer gewissen Größe anwächst. Je größer p wird, je größer wird $$\frac{2pqa^2}{2pq+a}$$ gegen $$\frac{\frac{1}{4}qa^2}{2pq+a}$$. Sobald aber $$\frac{1}{4}\left(\frac{qa^2}{2pq+a}\right)^2>\frac{2pa^2}{2pq+a}$$ wird, so bekommen wir für x zwei positive Werthe. Denn die ganze Größe unter dem Wurzelzeichen ist

allemal kleiner, als die andere $\frac{1}{2}\left(\frac{qa^2}{2pq+a}\right)$ weil dessen Quadrat unter dem Wurzelzeichen stehet, von welchem aber noch $\frac{2pqa^2}{2pq+a}$ abgezogen werden soll.

Man mag also das obere oder untere Zeichen nehmen, so wird man für x allemal zwei positive Werthe finden. Diese zwei Werthe sollen seyn CE und CG. Es ist demnach weder die Masse CEB noch die Masse CGB, so wie jede Masse, die wir in der Gränze von EC und DG ziehen können, nicht im Stand, sich von der ganzen Masse loszumachen, hingegen hat dieses Vermögen jedes Dreiek, welches wir zwischen den Gränzen EBG ziehen können, als z. B. das Dreiek CFB.

§. 12.

II. Zusaz. Je grösser p gegen a wird, d. i. je besser die Materie, je enger werden die Gränzen EBG; ja sie können gar verschwinden, also daß nur eine einzige, aber gar keine Trennung möglich ist. Wenn wir aber in diesem Falle den Werth von p beibehalten, und die Höhe a vergrössern, so müssen endlich doch für x wieder wirkliche Werthe entstehen; denn beim Anwachs von a nimmt der Terminus $\frac{1}{4}\left(\frac{qa^2}{2pq+a}\right)^2$ mehr zu, als $\frac{2pqa^2}{2pq+a}$ dieses will so viel sagen, daß bei einer gewissen Gattung Materie, sie sich z. B. in der Höhe CH, nicht aber wohl in der Höhe CB abschieden werde. Dieses stimmt mit der Erfahrung überein. Man kann einen Graben senkrecht nach CH abstechen, und er fällt nicht zusammen. Aber nach und nach kommt man auf eine Höhe CB, wo

er

er zusammen stürzt. Bei Grabung von Minen-trunnen, oder auch anderer Brunnen, gräbt man senkrecht, und erst nachdem man einige Schuhe tief gekommen, fängt man zu pelzen an.

§. 13.

III Zusaz. Nehmen wir p noch so groß an, so läßt sich a doch wieder so groß denken, daß der Werth von x real werde. Bei einer Steinmauer ist p zwar so groß, daß keine Abschiebung zu besorgen ist, um so weniger, da ihre Höhen a nicht sehr groß werden; doch sieht man die Möglichkeit ein, und gewiß würde jede Steinmasse, jeder Berg, so wie Erde sich abschieben, wenn sie viele Meilen hoch würde. So viel aber merken wir indessen an, daß je höher eine Mauer, bei nämlicher Dike ist, je geringer wird ihr Widerstand gegen die trennende Kraft, daß folglich, um bei jeder gleiches Uebergewicht zu erhalten, die höhern Mauern, wie es auch gemacht wird, diker seyn müßen.

§. 14.

IV. Zusaz. Wäre p, oder der Zusammenhang unendlich groß, so sieht man von selbst, daß nie eine Trennung erfolgen könnte. Um aber die Richtigkeit dieser Theorie einzusehen, mache man $x = \infty$

so giebt unsere Formel §. 10 $x = \pm \sqrt{-a^2}$ ein Unmögliches.

§. 15.

V. Zusaz. Soll der Zusammenhang $p = \frac{1}{8}$

seyn, so giebt unsere Formel $x = \pm \frac{1}{2} qa + \frac{1}{2} qa$

oder $x = o$ und qa d. i. wenn $CG = qa$ vorstellet, so ist innerhalb der Gränze GC jedes Dreiek

vermögend sich von ihrer Materie zu trennen. Ueber GB aber als z. B. DCB hat dieses Trennungsvermögen nicht mehr.

Dieses stimmt wieder mit der Natur, und der Lehre von der Friktion, überein. Denn, da p = o, so hindert jedes Dreiek ECB am Herabsinken nichts, als die Friktion, und nur auf einer solchen schiefliegenden Fläche, kann ein Körper der Friktion wegen nicht mehr herabsinken, wo GC = q CB ist.

§. 16.

VI. Zusaz. Soll nebst p auch die Friktion unendlich klein, folglich q = ∞ seyn, so giebt unsere Formel $x = \pm \frac{1}{2} \infty a + \frac{1}{2} \infty a$ oder x = o und x = ∞ a, d. i. die Gränze, zwischen welcher jedes Dreiek den Widerstand überwältigen wird, liegt zwischen CB und BA; oder auf der unendlich langen Linie CD. Es wird demnach von der ganzen Masse DCBA, wäre sie auch nach CD unendlich groß, die gesammte Materie sich abschieben. Eine solche Masse würde demnach wie Wasser, auf den lezten Tropfen abfließen.

§. 17.

Wir haben bisher gesehen, daß es Gränzen geben könne, zwischen welchen jedes Dreiek sich abzuschieben im Stande ist. Aber welches Dreiek von ihnen wird sich wirklich abschieben? Vermuthlich jenes welches gegen den Widerstand das größte Vermögen hat: jenes welches die größte gebundene Schwere (gravitatem respectivam) übrig behält, wird damit ihr Herabsinken oder Abrollen antreten. Suchen wir's —

§. 18.

§. 18.

IV. Aufgabe. Das Dreiek zu finden, welches gegen den Zusammenhang das grösste Vermögen hat.

Auflösung. Die trennende Kraft ist $\frac{a^2x}{2\sqrt{a^2+x^2}}$

aus I. Aufgabe, die widerstehende aus II. Aufgabe

$p\sqrt{a^2+x^2} + \frac{ax^2}{2q\sqrt{a^2+x^2}}$ also $p\sqrt{a^2+x^2}$

$+ \frac{ax^2}{2q\sqrt{a^2+x^2}} : \frac{a^2x}{2\sqrt{a^2+x^2}} =$ Max daher

$qa^2\,dx\,(2pq\,(a^2+x^2)+ax^2) - qa^2x\,dx\,(4pqx - 2ax) = 2pqa^2 + (2pq - 4pq + a - 2a)\,x^2$

$= 2pqa^2 - (2pq - a)x^2 = 0$ daraus $x = a\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$

§. 19.

1. Zusaz. Wenn wir die Höhe $AB = a$ und $AC = a\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$ machen, so hat das Dreiek ABC das grösste Vermögen, und diese Masse wird zu erst herabsinken. Tab. X Fig. III

§. 20.

§. 20.

II. Zusaz. Es sey eine andere Höhe AD = b so ist AE = $y = \sqrt{\frac{2pqb^2}{2pq+b}}$ Nun ist

AC: AE = x: $y = a\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}} : b\sqrt{\frac{2pq}{2pq+b}}$

$= \frac{a}{\sqrt{2pq+a}} : \frac{b}{\sqrt{2pq+b}}$ und a: b = $x\sqrt{2pq+a}$: $y\sqrt{2pq+b}$

Ziehen wir mit BC die Parallel DG so ist AB (a) : AD (b) = AC (x) : AG also auch $x\sqrt{2pq+a} : y\sqrt{2pq+b} = x$: AG = $\frac{y\sqrt{2pq+b}}{\sqrt{2pq+a}}$

Es ist aber AE = $y < \frac{y\sqrt{2pq+b}}{\sqrt{2pq+a}}$ oder AE < AG; weil b > a, folglich erkennt man daraus, daß je höher die Masse ist, je kleiner sey der Abschiebungswinkel, den die Abschiebungslinie ED mit der senkrechten AD machet. d. i. EDA < CBA

§. 21.

III. Zusaz. Wenn wir zweierlei Materien, oder Erden annehmen, wovon wir bei der einen den Zusammenhang der Theilchen mit p, bei der andern mit π ausdrüken wollen; so ist bei der einen Erde AC = $a\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$ und bei der andern

AL = $a\sqrt{\frac{2\pi q}{2\pi+a}}$.

Tab.

Tab IX Fig. IV

Daraus läßt sich schliessen, daß, wenn $p > \pi$, so ist AC > AL, d. i. je schlechter die Erde, je spiziger ist der Abschiebungswinkel LBA, unter welchem die Erde, bei nämlicher Höhe zu erst abrollen wird.

§. 22.

IV. Zusaz. Ist kein Zusammenhang zugegen, oder $p = o$, so wird $x = \frac{o}{a} = \frac{I}{\infty}$ d. i. das unendlich kleine Dreiek ABa hat die grösste Kraft. Und wirklich, da es gar nicht auf die Fläche aB drukt, folglich keine Friktion verursachet, so sinkt es mit seiner absoluten Schwere, da jedes andere Dreiek ALB eine Friktion auf der Fläche LB leidet, und deßhalben nur mit einer gebundenen Schwere (gravitate respectiva) herabsinken kann.

§. 23.

V. Zusaz. Ist $p = o$ und $q = \infty$, so kommt wieder $x = \frac{I}{\infty}$ d.i. wenn wir keinen Zusammenhang und keine Friktion annehmen, so sinket wieder das erste unendlich kleine Dreiek ABa zu erst.

§. 24.

Indem wir gezeiget haben, daß von einer Erdmasse, ein Dreiek ABC zu erst herabsinken wird, so folgt nicht, daß nicht noch mehr Erde abrollen könne. Es könnte wohl seyn, daß von der übrigen Masse PCBQ noch ein Dreiek BCa oder CBD oder CBb, das Vermögen sich von ihrem Zusammenhang in aB oder DB oder bB abzuschieben hätte. Und wenn ihnen freier Lauf zu wirken gegeben würde, so würde wirklich jenes Dreiek von ihnen, welches die grösste gebundene Schwere behielte, und welches wir hier durch CDB

Tab IX Fig. V.

CDB vorstellen wollen, sich zum zweiten abschieben. Nach diesem zweiten Dreiek, könnte vielleicht noch ein drittes DBE, und noch mehrere hintereinander folgen, die alle Vermögen genug hätten, sich zu trennen, bis wir endlich auf eines z. B. EBP kämen, welches zwar das gröβte Trennungsvermögen hätte, dem Widerstand in PB aber nicht gewachsen wäre. In diesem Fall würde sich demnach blos die Erde EAB, und zwar in 3 Abtheilungen ABC, CBD, DBE abschieben. Von diesen behält ABC die gröβte respektive Schwere, fällt demnach am geschwindesten; dann folgt in der Geschwindigkeit CBD, endlich DBE. Die Erde wird also in 3 Klumpen, welche in verschiedenen auf einander folgenden Zeiten sich ablösen werden, niederfallen. Wir müβen Ausdrüke für DC, DE ꝛc. suchen.

§. 25.

V. Aufgabe. Die Dreieke zu finden, wie sie von einer Masse, in verschiedenen Abtheilungen abrollen.

Auflösung. Es sey $AB = a$, $AC = x = a\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$

§. 18 $DC = y$; $DE = z$; $AD = x+y$; $AE = x+y+z$ $DCB = \frac{ay}{2}$; $DBE = \frac{az}{2}$. Nun ist

$BD\left(\sqrt{a^2+(x+y)^2}\right) : AB\left(a\right) = DCB\left(\frac{ay}{2}\right) :$

$\frac{a^2y}{2\sqrt{a^2+(x+y)^2}}$ die Kraft, mit welcher es sich von seinem Zusammenhang in DB loszumachen suchet §. 7. ferner

BD

$BD\left(\sqrt{a^2+(x+y)^2}\right)$; $AD(x+y) = DCB\left(\frac{ay}{2}\right)$:

$\frac{ay(x+y)}{2\sqrt{a^2+(x+y)^2}}$ die Kraft, mit welcher das Dreiek gegen die Fläche DB drukt, folglich $\frac{ay(x+y)}{2q\sqrt{a^2+(x+y)^2}}$ die Friktion §. 8.

Der Zusammenhang der Erde auf DB ist $p\sqrt{a^2+(x+y)^2}$ §§. 3 und 4. Nun da wo

$$p\sqrt{a^2+(x+y)^2}+\frac{ay(x+y)}{2q\sqrt{a^2+(x+y)^2}} : \frac{a^2y}{2\sqrt{a^2+(x+y)^2}}$$

= Max: ist, daselbst wird sich die Erde brechen §. 18 also

$$\frac{2pq(a^2+(x+y)^2)+ay(x+y)}{2q\sqrt{a^2+(x+y)^2}} : \frac{qa^2y}{2q\sqrt{a^2+(x+y)^3}}$$

$$= \text{Max}: \frac{2pq(a^2+(x+y)^2)+ay(x+y)}{qa^2y} = \text{Max}:$$

$$\frac{ydy(2pq(2x+2y)+ax+2ay)-dy(2pq(a^2+(x+y)^2}{+ay(x+y)=0} \qquad y^2$$

$$y^2$$

daraus $y = \sqrt{a^2+x^2}\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$

Heißen wir auf einen Augenblik $DA = x+y = v$, so müssen wir $DE = z = \sqrt{a^2+v^2}\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$

finden. Subſtituirt man für v ſeinen Werthe ſo wirds $z = \sqrt{a^2+(x+y)^2}\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$. Daraus erkennt man ſchon das Geſez der Dreiecke, wie folget

$$AC = x = a\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}} = AB\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$$

$$CD = y = \sqrt{a^2+x^2}\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}} = CB\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$$

$$DE = z = \sqrt{a^2+(x+y)^2}\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}} = DB\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$$

$$EP = t = \sqrt{a^2+(x+y+z)^2}\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}} = EB\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$$

und ſo weiter.

§. 26.

I. Zuſaz. Es iſt demnach AC gleich einem Theil $\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$ der Höhe, welcher immer kleiner, als die Höhe ſelbſt iſt, d. i. ABC $<$ 45 Grade.

CD gleich eben demſelben Theil der Hypothenuſe CB.

DE gleich eben demſelben Theil der Hypothenuſe DB.

EP gleich eben demſelben Theil der Hypothenuſe EB u. ſ. w.

§. 27.

§. 27.

II. Zusaz. Wenn $p = o$, so ist $AC = a\sqrt{\frac{o}{a}}$ $= \frac{1}{\infty}$, so wird auch CD, DE ꝛc. alles unendlich klein; das will so viel sagen, alle fallende Dreieke sind unendlich klein, und diese Materie trennt sich in ihren kleinsten Theilen. Also nicht nur das erste Dreiek, wie wir in 22. §. gefunden; sondern alle folgende sind unendlich klein, und erstreken sich bis auf den Punkt P wo $AP = qa$ vermög 15. §.

§. 28.

VI. Aufgabe. Das Moment der sich abschiebenden Dreieke, gegen die Fläche AB, um sie über den Punkt B zu werfen, auszudrüken.

Auflösung. Des Dreiekes CAB sinkende Kraft und der Widerstand, den diese findet, sind aus den §§. 7. und 8. bekannt. Mit diesem Unterschiede

$$\frac{a^2x}{2\sqrt{a^2+x^2}} - p\sqrt{a^2+x^2} - \frac{ax^2}{2q\sqrt{a^2+x^2}}$$

tritt es seinen Fall an; drükt demnach damit gegen die ihr widerstehende Fläche AB, nach einer schiefen Richtung CB oder om. Es stelle o den Mittelpunkt der Schwere vor. Dieser schiefe Druk verhält sich wie om : mn = CB : AB also

$$\sqrt{a^2+x^2} : x = \frac{a^2x}{2\sqrt{a^2+x^2}} - p\sqrt{a^2+x^2} - \frac{ax^2}{2q\sqrt{a^2+x^2}} :$$

$$\frac{a^2x^2}{2(a^2+x^2)} - px - \frac{ax^3}{2q(a^2+x^2)}$$

Diesen mit dem Hebelarm BM multiplizirt, gibt das Dreiekes Moment

$$\frac{a}{3}\left(\frac{a^2x^2}{2(a^2+x^2)} - px - \frac{ax^3}{2q(a^2+x^2)}\right)$$

Des Dreiekes DCB wirklich sinkendes Vermögen ist aus dem §. 25. zusammen zu sezen

$$\frac{a^2y}{2\sqrt{a^2+(x+y)^2}} - p\sqrt{a^2+(x+y)^2} - \frac{ay(x+y)}{2q\sqrt{a^2+(x+y)^2}}$$

Reduziren wir diesen schiefen Druk nach DB, auf den senkrechten, oder rs auf ts, so ist

$$\sqrt{a^2+(x+y)^2} : (x+y) = \frac{a^2y}{2\sqrt{a^2+(x+y)^2}}$$

$$- p\sqrt{a^2+(x+y)^2} - \frac{ay(x+y)}{2q\sqrt{a^2+(x+y)^2}} :$$

$$\frac{a^2y(x+y)}{2(a^2+(x+y)^2)} - p(x+y) - \frac{ay(x+y)^2}{2q(a^2+(x+y)^2)}$$

Diese mit dem Hebelarm $mB = \frac{2}{3}$ multiplizirt, so wird des Dreiekes DCB Moment

$$\frac{a}{3}\left(\frac{a^2y(x+y)}{2(a^2+(x+y)^2)} - p(x+y) - \frac{ay(x+y)^2}{2q(a^2+(x+y)^2)}\right)$$

Daraus läst sich das Gesez entdeken, um für jedes Dreiek, das zugehörende Moment zu finden z. B. das Moment des Dreiekes DBE wird seyn

$$\frac{a}{\beta}\left(\frac{a^2 z(x+y+z)}{2(a^2+(x+y+z)^2)} - p(x+y+z) - \frac{2y(x+y+z)^2}{2q(a^2+(x+y+z)^2)}\right.$$

§. 29.

VII. Aufgabe. Den Werth von p und q, oder die Stärke des Zusammenhanges und der Reibung zu finden.

Tab IX Fig VI u. Tab X Fig VII

Auflösung.

Erstens. Man verfertige einen Kasten ABCDEF von starken Pfosten. Die Höhe richtet sich, nachdem man stärker oder schwächer zusammenhangende Erde versuchen wollte. EF kann länger als ED seyn. Vorne ist er offen; hat aber an den Banden ED, BC von 3 zu 3 Zollen eiserne Nägel, worin man Latten Hi stekken, und damit die vordere Seiten zuschließen kann. Mittelst der Keile G kann man diese Latten fest machen, zu welchem Ende die Nägel, die Löcher a, b, seitwerts haben.

Zweitens. Einen solchen Kasten stelle man mit der offenen Seite gegen eine Vertiefung, wie in der 7ten Figur abgebildet ist, an eine Kontreskarp Mauer, damit die aus dem Kasten fallende Erde hinweg komme, und die noch fallen wollende nicht hindere. Man füllt ihn, nachdem bevor die Latten vorgesetzt worden, mit den Erdarten, die man versuchen will, und die man allenfalls zusammenraumen kann, um auch solcher Erdgattungen Zusammenhang zu prüfen.

Drittens. Nehme man die oberste Latte sanft hinweg, und wenn die Erde sich noch senkrecht erhält, die 2te, 3te, u. s. w., bis bei einer Höhe, die Erde einstürzt, und mir ein Dreiek im Graben wirft. Dieses Dreiek ist nicht nur das größt möglichste,

sondern auch das einzige, welches sich los machen kann.

Viertens. Man messe ab und ac. Aus §. 18

ist $ac = a\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}} = x$ daraus $p = \frac{ax^2}{2q(a^2+x^2)}$.

Da a die Höhe und x aus der Erfahrung bekannt sind, so ließe sich p finden, wenn uns nur schon q bekannt wäre, welches wir bei Erde nicht wie in der Mechanik gleich 3 annehmen können §. 5. Diesen Werth können wir aber auf folgende Art finden.

Tab IX Fig II. Fünftens. Aus dem 10ten §. wissen wir, daß beide Gränzen EC und GC in welchen die trennenden Kräfte der Dreiecke EBC, und GBC dem Zusammenhang gleich sind, heißen

$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{qa^2}{2pq+a}\right)^2 - \frac{2pqa^2}{2pq+a}} + \frac{1}{2}\left(\frac{qa^2}{2pq+a}\right)$$

Tab.X. Fig. VII. Da wir nun aus der Erfahrung wissen, daß vor der Höhe ab kein Dreiek, sich abschieben könne, und abc das erste sey, so müssen erstlich, nicht nur für die Höhe ab beide Gränzen in cb zusammentreffen, sondern es muß folglich auch,

Zweitens: dieses Dreiek das größte seyn. Damit also des ersten Punktes wegen beide Werthe von x gleich werden können, muß die Grösse unter dem Wurzelzeichen zero werden, und damit dieses geschehe, muß $\frac{1}{4}\left(\frac{qa^2}{2pq+a}\right)^2 = \frac{2pqa^2}{2pq+a}$ seyn. Daraus

durch werden demnach beide Werthe $x = \frac{1}{2}\left(\frac{qa^2}{2pq+a}\right)$

Des zweiten Punktes wegen, müßen nun die zwei gleichen Werthe von x ein Grösstes seyn, folglich

$\frac{1}{2}\left(\frac{qa^2}{2pq+a}\right) = a\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}}$ als dem grösstvermög-

lichem Dreieke §. 18. Man sieht, daß aus beiden Ursachen man dieselbe Gleichung erhält; denn wenn man die lezte quadrirt, erhält man vollkommen die erste. Suchen wir daraus den Werth von p, so ist

$$p = \frac{a}{4q}\left(\sqrt{q^2+1}-1\right)$$

Izt hätten wir für p zwei Werthe, die einander gleich seyn müssen, also:

$$\frac{ax^2}{2q(a^2+x^2)} = \frac{a}{4q}\left(\sqrt{q^2+1}-1\right) \text{ daraus } q = \frac{2ax}{a^2-x^2}$$

Sezt man diesen Werth in einem der zwei Werthe von p oder in $\frac{ax^2}{2q(a^2-x^2)}$ so wird $p = \frac{x}{4}$

Aus der Erfahrung der Höhe, in welcher eine Erde sich zuerst abzuschieben anfängt, und aus der Länge der Erde, welche von oben wegkommt, läßt sich demnach der Zusammenhang und die Friktion bestimmen.

§. 30.

Beispiel. Es sey eine Erde, welche bei einer Höhe von vier Schuhen sich erst abschiebt, und die Länge ac der von oben fallenden Erde sey ein Schuh, so ist $p = \frac{x}{4} = \frac{1}{4}$ Schuh und Tab. X. Fig. VII

$$q = \frac{2ax}{a^2-x^2} = \frac{2.4.1}{16-1} = \frac{8}{15}$$

Der

Der Zusammenhang längst cb ist p ⋈ cb §. 3. = p ⋈ $\sqrt{\overline{ab}^2 + \overline{ca}^2} = \frac{1}{4}\sqrt{17} = 1,031$ also ist selber durch eine solche Fläche auszudrüken.

§. 31.

Anmerkung. Dergleichen Erfahrungen habe selbst keine angestellet: erstens mangelte mir hiezu die Zeit; zweitens kann man bei Mauerberechnungen gegen Erdwälle keine andere als frisch aufgehäufte Erde in Betrachtung ziehen, weil wirklich nur solche aufgeschüttet wird. Diese nun erhält sich entweder in gar keiner, oder doch nur in einer sehr kleinen und fast unmerklichen Höhe, senkrecht, so, daß man billig eine solche Erde als ohne Zusammenhang ansehen kann. Bevor wir uns noch weitläufiger über diesen Gegenstand herauslassen, müssen wir noch eine Aufgabe erörtern.

§. 32.

VIII. Aufgabe. Die Menge der sich abschiebenden Erde zu finden.

Auflösung. Im 10ten §. fanden wir die Gränze GC, bei welcher die trennende Kraft des Dreiek GCB, dem Widerstande in GB das Gleichgewicht hält. Also kann sicher nicht mehr Erde, als bis GC abrollen. Allein es wird nicht so viel abrollen. Tab. IX Fig. II.

Es sey in PB diese Gränze. Das erst abrollende Dreiek sey CAB. Ist nun dieses abgerollt, so ist der Rest PCB noch weniger im Stande, sich von PB zu trennen. Das zweite sich abschieben wollende Dreiek sey DCB, ist es dem Widerstand in DB überlegen, so wird es wirklich fallen. Dann folgt das dritte Dreiek DE, welches wieder entweder fallen wird, wenn es dem Widerstand in EB überlegen ist; Tab IX Fig. V.

oder

oder im entgegengeſeztem Falle, wird nichts mehr fallen. In allem alſo würde in dieſer Vorausſezung blos die Erde DBA herabſinken. Man müßte demnach bei jedem Dreiek z. B. DBC verſuchen, ob die trennende Kraft $\frac{a^2 y}{2\sqrt{a^2+(x+y)^2}}$ grösser oder kleiner, als der Widerſtand

$$p\sqrt{a^2+(x+y)^2}+\frac{2y(x+y)}{2q\sqrt{a^2+(x+y)^2}}$$ iſt.

Wäre ſie grösser, ſo rollt dieſes Dreiek ab, wo nicht, ſo rollt nur das vorhergehende, oder in andern Fällen, die vorhergehenden ab. Allein wir können das Ende des Abrollens ohne Verſuche finden.

Es ſey DAB eine gewiſſe Menge abgerollter Erde, ſo kann von der übrigen PDBQ knap noch eine andere abrollen, wenn nach §. 28.

$$\frac{a^2 y}{2\sqrt{a^2+(x+y)^2}}\,p\sqrt{a^2+(x+y)^2}+\frac{2y(x+y)}{2q\sqrt{a^2+(x+y)^2}}$$

hier wäre DA = x.

Wenn wir y entwikeln, finden wir

$$y=\pm\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{(a+4pq)x-qa^2}{a+2pq}\right)^2-\frac{2pq(a^2+x^2)}{a+2pq}}$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{(a+4pq)x-qa^2}{a+2pq}\right)$$

Nach keinen dieſer Werthe wird die Erde abrollen, ſondern ein Mittel zwiſchen ihnen da wählen, wo trennende Kraft gegen den Widerſtand ein Gröſtes iſt

§. 17.

§. 17. Wenn wir aber für DA = x einen solchen Werth annehmen, daß beide Werthe von y gleich werden, und in EB zusammentreffen: so ist die Kraft des Dreiekes EDB ein Größtes. Wäre nun die Erde bis in DAB abgerollt, so ist gerade noch ein Dreiek EDB vorhanden, welches abrollen kann, dann aber ist keines mehr dazu fähig.

Machen wir nun

$$\frac{1}{4}\left(\frac{(a+4pq)x-qa^2}{a+2pq}\right)^2 = \frac{2pq(a^2+x^2)}{a+2pq}$$ so sind beide Werthe von y einander gleich. Es wird da

$$x = \pm\sqrt{8pq(a+2pq)-q^2a^2}+\left(q(a+4pq)\right)^2 +$$

$$q(a+4pq) = \pm\sqrt{8pq(1+q^2)(a+2pq)}+q(a+4pq)$$

Es können demnach nicht mehr Dreieke herabrollen, als daß die Summe von AC + CD + DE u. s. w. nächst größer als voriger Werth von x sey.

§. 33.

Anmerkung. Aus den zwei Werthen von x läßt sich nur jener mit dem Zeichen — gebrauchen. Denn die eine Gränze z. B. AP muß allemal kleiner als aq (§. 15.) seyn; sonst könnte der einzigen Friktion wegen nichts mehr fallen, wenn auch kein Zusammenhang zugegen wäre. Es ist aber der Terminus ohne dem Wurzelzeichen schon größer, als qa, also muß dieser durch den Terminus mit dem Wurzelzeichen verkleinert werden.

§. 34.

Zum Beispiele dienet folgende

IX. Aufgabe. Die Menge der Erde, samt den abfallenden Abtheilungen, von einer 30 Schuhe hohen

hen Masse anzugeben, wenn die Erdgattung bekannt ist.

Auflösung. Aus der Erfahrung, bei welcher Höhe eine Erde zuerst abzurollen anfängt, dann wie viel von oben abfällt, läßt sich der Werth von p und q finden, wie dieses deutlich in dem 29. §. auseinander gesezt worden. Nehmen wir hier dieselbe Erdgattung, wie im 30ten an, so ist $p = \frac{1}{4} = 0,25$ und $q = \frac{8}{15}$. also $\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}} = \frac{2}{21,3}$ Tab IX Fig. V.

und nach §. 25 $AC = x = a\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}} = 30 \times \frac{2}{21,3}$

$= 2,817$

$CD = y = \sqrt{a^2+x^2}\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}} = \sqrt{900+(2,817)} \cdot$

$\times \frac{2}{21,3} = 2,829$

$DE = z = \sqrt{a^2+(x+y)^2}\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}} = \sqrt{900+(5,646)^2}$

$\times \frac{2}{21,3} = 2,866$

$EP = t = \sqrt{a^2+(x+y+z)^2}\sqrt{\frac{2pq}{2pq+a}} = \sqrt{900+(8,513)^2}$

$\times \frac{2}{21,3} = 2,928.$

Im 32sten §. finden wir den Werth von x oder jene obere Erdlänge, nach welcher nur noch ein Dreiek fallen kann, wenn wir für p und q gehörig substituiren $x = 9,64$.

Sume

Summiren wir nun 3 Dreieke AC+CD+DE so finden wir ste 8,513 < 9,64, aber noch das vierte EP dazu so wird 11, 441 > 9, 64. Dieses ist nun das nächst grössere, also werden auch bei solcher Gattung Erde, und solcher Höhe oben 11,441 Schuhe, in vier vorgenannten Abtzeilungen herab fallen. Ihre Momente gegen AB lassen sich aus §. 28 berechnen.

§ 35.

Wir wollen nunmehr zur Untersuchung frisch aufgehäufter Erde, welche keinen Zusammenhang hat, übergehen. Von dieser wissen wir schon, daß sich unendlich viele, unendlich kleine Dreieke abschieben werden §. 27. Es bleibt aber die Frage, bis wie weit dieses Abschieben reiche; denn wir wissen aus der Erfahrung, daß endlich ein Theil Erde PBQ stehen bleiben werde. Wir können dieses finden, wenn wir in dem Werthe von x des 32. §. für p = o sezen und finden AP = x = qa. Dieß stimmt mit der Lehre von der Friktion überein. Eben dieses finden wir aus einem andern Saz. Die 2 Werthe, zwischen welchen eines jeden Dreieks Kraft den Widerstand überwältigen kann, fanden wir in der III. Aufgabe; diese Gränzen sind wenn p = o x = qa §. 15.

Tab IX Fig. V.

Wenn wir nun aus der Erfahrung wissen, wie viel Erde stehen bleibt, so finden wir den Werth von q.

Es schieße sich eine Erde bis EA ab, so ist EA = q × AB und $q = \frac{EA}{AB}$ = Tang. EBA. Man habe erfahren, daß eine 6 Schuh hohe Erde, sich oben auf 7 Schuh abgeschoben habe, so ist $q = \frac{7}{6}$

Schiebt sich die Erde auf 45° ab, so ist q = 1 = Tang. 45°, =

§. 36.

X. Aufgabe. Das Moment einer Erdmaße LAB, welche keinen Zusammenhang hat, gegen die Fläche AB zu finden. Tab. X Fig. VIII.

Auflösung. Da nur unendlich kleine Dreiecke sich abschieben, so sey ein solches Dreiek DCB unendlich klein, dessen Moment zu erforschen ist, und deren Summe endlich das verlangte Moment geben wird.

Es sey AC = x; CD = dx, AB = a; so ist

$\frac{a^2\,dx}{2\sqrt{a^2+x}}$ die trennende Kraft §. >

$\frac{ax\,dx}{2\sqrt{a^2+x^2}}$ die drukende auf DB §. 8 und folglich

$\frac{ax\,dx}{2q\sqrt{a^2+x^2}}$ die Friktion.

Die Kraft, mit welcher es herabsinken will, und gegen AB drukt $\frac{a^2dx}{2\sqrt{a^2+x^2}} - \frac{ax\,dx}{2q\sqrt{a^2+x^2}}$ in der schiefen Richtung om §. 28 deshalben in der senkrechten rm.

om : rm = CB $(\sqrt{a^2+x^2})$: CA (x) = $\frac{a^2\,dx}{2\sqrt{a^2+x^2}}$

$- \frac{ax\,dx}{2q\sqrt{a^2+x^2}} : \frac{a^2xdx}{2(a^2+x^2)} - \frac{ax^2dx}{2q(a^2+x^2)}$ dieses

mit

mit dem Hebelarm $\frac{a}{3}$ multiplizirt giebt für das unendli
kleine Moment $\frac{a^2}{6}\left(\frac{ax\,dx}{a^2+x^2} - \frac{x^2\,dx}{q(a^2+x^2)}\right.$ dessen

Summe $C + \frac{a^3}{12}\left(\log(a^2+x^2)\right) - \frac{a^2}{6q}\left(\frac{a^4}{3x^3} - \frac{a^6}{5x^5}\right.$

$\left. + \frac{a^8}{7x^7} - \frac{a^{10}}{9x^9} + \frac{a^{12}}{11x^{11}} - \frac{a^{14}}{13x^{13}} + \frac{a^{16}}{15x^{15}} - \frac{a^{18}}{17x^{17}}\right)$

oder auch

$C + \frac{a^3}{12}\left(\log(a^2+x^2)\right) - \frac{a^2}{6q}\left(\frac{x^3}{3a^2} - \frac{x^5}{5a^4} + \frac{x^7}{7a^6}\right.$

$\left. - \frac{x^9}{9a^8} + \frac{x^{11}}{11a^{10}} - \frac{x^{13}}{13a^{12}} + \frac{x^{16}}{15a^{14}} - \frac{x^{17}}{17a^{16}}\text{ u. s. w.}\right)$

Wenn wir $x = o$ machen, so ist aus der Natur der Aufgabe einzusehen, daß das ganze Moment gleich zero werden müsse, daraus C zu finden $C = -$

$\log a^2$ also wird $\frac{a^3}{12}(\log(a^2+x^2) - \log a^2 =$

$\frac{a^3}{12}\left(\frac{\log(a^2+x^2}{a^2}\right.$ demnach unsere 2 Reihen

$\frac{a^3}{12}\left(\log\frac{(a^2+x^2)}{a^2}\right) - \frac{a^2}{6q}\left(\frac{a^4}{3x^3} - \frac{a^6}{5x^5} + \frac{a^8}{7x^7} - \frac{a^{10}}{9x^9}\right.$

$+$

$$+\frac{a^{12}}{11x^{11}}-\frac{a^{14}}{13x^{13}}+\frac{a^{16}}{15x^{15}}-\frac{a^{18}}{17x^{17}}\text{ u. s. w.}\Big)$$

und

$$\frac{a^3}{12}\left(\log\frac{(a^2+x^2)}{a^2}\right)-\frac{a^5}{6q}\left(\frac{x^3}{3a^2}-\frac{x^5}{5a^4}+\frac{x^7}{7a^6}-\frac{x^9}{9a^8}\right.$$

$$\left.+\frac{x^{11}}{11a^{10}}-\frac{x^{13}}{13a^{12}}+\frac{x^{15}}{15a^{14}}-\frac{x^{17}}{17a^{16}}\text{ u. s. w.}\right)$$

Die erste Reihe ist anwendbar, wenn x größer als a, die zweite, wenn x kleiner als a ist, um konvergirende Reihen zu erhalten.

§. 37.

I. Zusaz. Wenn $x=a$, der Fall einer Erde, die sich im Winkel von 45° abschiebt, so erhalten wir aus beiden Reihen

$$\frac{a^3}{12}\log 2-\frac{a^3}{6q}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{15}-\frac{1}{17}\right)=$$

$$\frac{a^3}{12}\times 0{,}693147-\frac{a^3}{6q}\times 0{,}187993=a^3\times 0{,}0577625-$$

$$\frac{a^3}{q}\times 0{,}03133216.$$ Es ist aber $q=1$ wenn $x=a$ §. 35. Also das Moment der Erde

$$a^3\times 0{,}0577625-a^3\times 0{,}03133316=a^3\times 0{,}02643009$$

oder kürzer $a^3\times 0{,}02643$.

II.

§. 38.

II. Zusaz. Wenn wir von der Friktion abstrahiren, so ist das Moment des Erddrukes

$\frac{a^3}{12} \log 2 = \frac{a^3}{12} \times 0{,}693147$. Es ist aber dieser nach dem Herrn Verfasser in der Belidorischen Hypothese $\frac{a^3}{12}$, wir erhalten also hier weniger. Will man die Ursache davon betrachten, so bedenke man erstens, daß in der Belidorschen Hypothese die erstern Elementen abdc kleiner als unsere abo sind; daß zweitens ihnen kleinere sinkende Kräften zukommen, weil die schiefliegende Fläche ac schiefer als unsere ao ist. Dieses begegnet allen Elementen bis zum lezten egfo das mit unserem eo gleiche schiefliegende Fläche hat. Aus diesen zwei Punkten muß folgen, daß wir mehr Druk erhalten sollten; allein drittens empfangen die Elementen abdc längere Hebelarme, als unsere abo, welches eine solche Kompensation verursachet, daß wir nur etwas weniger bei unserer, als nach der Belidorischen Hypothese erhalten.

Tab. X Fig. IX

§. 39.

Um die mehrere Richtigkeit unserer Hypothese darzuthun, muß ich die andere angreifen, hingegen werde ich auch so gerecht seyn, die Schwäche der unsern aufzudeken.

Die Erde wird ohne Zusammenhang gedacht, die in parallelen Schichten oder Trapezen herabfällt: ich frage, warum sie gerade die Richtung bc, warum nicht dc oder ec nehme? Gewiß nach ec kann die Erde nicht rollen, der Friktion wegen — nach dc kann die Erde zwar fallen; aber es muß noch mehr und in so lang mehr fallen, als die Friktion es ihr nicht ver-

Tab. X Fig. X

verbietet. Wenn nun bc die aus der Erfahrung bekannte Abschiebungslinie ist, so hält des Dreieks bac Kraft, als ein ganzer fester Körper betrachtet, der Friktion das Gleichgewicht; oder wenigstens sinkt, und drükt er nur mit einer unendlich kleinen Kraft. Wird aber bac als ein zusammenhangsloser Körper betrachtet, dessen Elemente mit bc parallele Trapezen sind, so läßt sich von den Theilen eben das sagen, was vom Ganzen gesagt worden, d. i. jedes Trapez mn sinkt der Friktion wegen nur mit einer unendlich kleinen Kraft; folglich drükt in beiden Fällen das ganze Dreiek bac nach dieser Theorie gar nicht, die Mauerdike müßte also zero werden. Aber warum soll sich die Erde im fallen nach der Friktion richten? warum in der Richtung bc und nicht in der Richtung dc, in welcher sie doch mehrere sinkende Kraft hat, fallen? Man nimmt also bei belidorischer Berechnung eine ganz unerwiesene Hypothese an. Betrachtete man die Erde als einen zusammenhängenden Körper, so müßte sie in bc gebrochen worden seyn, und sinket mit dem Rest ihrer Kraft. Hier kämen wir aber ganz in unsere Theorie hinein. Wir könnten uns auch hier mitsammen vergleichen. Die Erfahrung zeigt, daß sich die Erde in bc abschiebe: können wir es nicht so ansehen, als hätte von allen das Dreiek bac die gröste Kraft gegen dac, eac geäußert; wäre ein Maximum gewesen, sinke und druke nun mit ihrer zugehörigen Kraft. Aber bei Berechnung dieser Kraft wolle man nicht einmal auf den Zusammenhang sehen; weil, wenn die Erde durch einen Zufall sich wirklich nach bc trennte, ja die Wand ac das zusammenhanglose Dreiek bac dennoch halten müßte. Allein auch auf die Friktion wolle man nicht sehen, denn wie der Herr Verfasser im 109. §. so schön sagt: Was hälfe es uns, wenn wir das vollkommenste Gleichgewicht erhalten hätten? müßten wir nicht noch das Uebergewicht bestimmen, und wie — in welchem Verhältniß?

Obschon also die Erde sich wirklich nicht nach der belidorischen Hypothese abschiebt, umsomehr da die Erde zusammenhangslos anzusehen ist, so ist sie doch anwendbar; besonders da sie ein genugsames Resultat hervorbringt.

§. 40.

Wir wollen nun auch die Schwäche unserer Hypothese anzeigen:

Erstens: können wir in der Vorausseżung, sie wäre vollkommen genau, mit dem Herrn Verfasser sagen: Was hilft es uns? Wir müßten ja stärker bauen, um wie viel aber? die Erfahrung müßte es geben; Belidor sagt um $\frac{1}{4}$ — puo essere di si, puo essere di no.

Zweitens: nahmen wir die Erde ohne Zusammenhang an, sie ist's aber nicht. Zwar bedeutete dieser Einwurf nicht viel, denn eine frisch aufgehäufte Erde hat wirklich nur einen so kleinen, daß er in keine Betrachtung gezogen zu werden verdienet. Aber diese lose Erde drükt sich durch ihre Schwere, zusammen. Die Schichte b hat gewiß mehr Zusammenhang als a; c mehr als b; d den größten. Die Abschiebungslinie kann keine gerade fge sondern eine krumme fce seyn.

Tab.X Fig.XI

Es ließe sich diese Linie bestimmen, und alle Folgerungen daraus herleiten; aber ad quid? vielleicht versuch' ichs einmal blos zum mathematischen Vergnügen.

Wir sehen demnach, daß wo wir uns immer hinwenden, die Theorie ihre Unzulänglichkeiten habe: indessen ist sie uns doch ein Absehen, damit wir nicht zu weit vom Ziele schießen; und da die belidorische Hypothese gut dazu dienet, mag sie ihrer Leichte wegen, im Besiz bleiben.

Da

§. 41.

Da man bei jeder Hypothese seine Schwierigkeiten findet, worunter die gröβte ist, daβ bei der gröβten Genauigkeit man doch nicht wissen kann, um wie vieles man stärker als das Gleichgewicht angiebt, bauen müsse, so mache ich diesen Vorschlag. Man seye besorgt eine Mauer zu finden, welche die von ihr geforderte Dienste gut verrichtet, und eine lange Erfahrung erprobet hat. Von allen solchen bekannten Mauern wähle man die schwächste; diese heisse ich die Erfahrungsmauer. Man berechne ihren Widerstand gegen den Erddruk und heiße ihn

Q^3 so wie die Höhe der Erfahrungsmauer A. Nun wissen wir, daß sowohl in der belidorischen als unserer Hypothese, die Erddruke sich wie die Kubi der Höhen verhalten, und die Mauer Widerstände sich wie die Druke verhalten müssen; so können wir den Widerstand q^3 einer Mauer a sehr leicht finden, wenn wir sagen:

Der Erddruk hinter der Erfahrungsmauer (A^3) verhält sich zu der Erfahrungsmauer ihrem Widerstand (Q^3) wie der Erddruk hinter der gegebenen Mauer (a^3) zum Widerstand (q^3) dieser Mauer.

Es ist aber $q^3 = ax\left(\frac{1}{2}x + d\right) + \frac{ad}{2}\left(\frac{2}{3}d\right)$ woraus

$$x = \sqrt{\frac{2q^3}{a} + \frac{d^2}{3}} - d$$

eine sehr leichte Art die Mauerdike zu finden, die um so richtiger ist, weil sie sich auf die Erfahrung gründet.

§. 42.

§. 42.

Ich übergehe die Anwendung dieses Gedankens auf die in der Fortifikazion vorkommenden Fälle, als z. B. wenn eine Brustwehre vorhanden ist, da ohne dieß alles hiezu gehöriges hinlänglich im Laufe dieses Werkes ausgesezet ist.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Druckfehler.

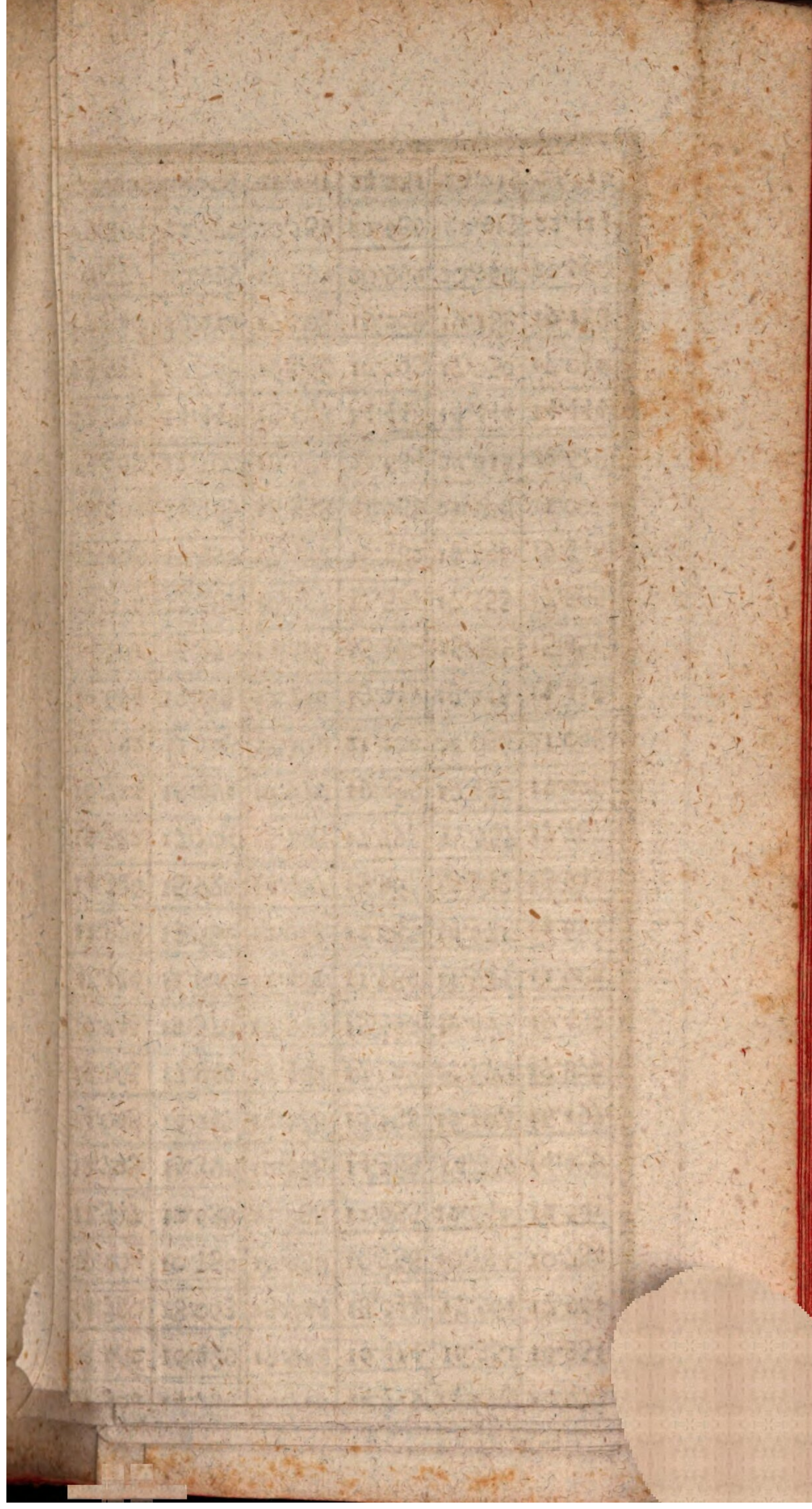
Seite 1	Zeile 9	für	H	zu lesen	G
" 3	" 14	"	BR	"	PR
" 9	" 22	"	BCD	"	BED
" 13	" 27	"	§. 5.	"	§. 4.
" 16	an den Rand zu sezen:			Fig. 10.	
" 27	Zeile 14	für	LR : RP = M : N.	zu lesen	LR : RE = N : M.
" 30	" 4	"	X	"	×
" "	" 6	"	$+\frac{1}{2}V$	"	$\pm\frac{1}{2}V$.
" 31	" 18	"	X	"	×
" 32	" 3	"	X	"	×
" 35	" 13	"	<	"	∧
" 39	" 2	"	$V\left(\frac{27c^2\ 3c^2}{4}-\frac{3}{2}c\right)$	"	$V\left(\frac{27c^2}{4}-3c^2\right)-\frac{3}{2}c$
" 42	" 25	"	X	"	×
" 50	" 13	"	X	"	×
" 53	" 13	"	GD	"	GP
" 57	" 24	"	AF	"	AE
" 58	" 22	"	§. 50.	"	§. 54.
" 59	" 5	"	$nlx^2 \cos.\Phi$	"	$nlx^2 \cos.\Phi^2$
" 59	" 10	"	§. 50.	"	§. 54.
" 60	" 12	"	§. 50.	"	§. 54.
" "	" 16	"	DGy	"	PGy
" 61	" 4	"	BOP	"	BOD
" "	" 5	"	§. 55.	"	§. 59.
" "	" 9	"	DGy	"	PGy
" "	" 15	"	§. 25.	"	§. 28.
" "	" 16	"	PW	"	AW
" "	an den Rand zu sezen:			Fig. 29. Tab. 4.	
" 62	Zeile 1	für	§. 55.	zu lesen	§. 59.
" "	" 10	"	§. 55.	"	§. 59.
" "	" 15	"	§. 55.	"	§. 59.
" 63	" 4	"	§. 55.	"	§. 59.
" "	" 6	"	§. 46.	"	§. 54.
" "	" 7	"	COBG	"	COPG
" "	" 9	"	auszulöschen	DG	

Seite	64	Zeile	14	für	§. 46.	zu lesen	§. 50.
"	74	"	34	"	FG	"	JG
"	83	"	10	"	X	"	✕
"	89	"	18	"	FSHI	"	TGHI
"	91	"	12	"	Streich	"	Strich
"	93	"	2	"	FA	"	FI
"	111	"	3	"	FC	"	DC
"	"	"	"	"	FM	"	DM
"	"	"	7	"	MCF	"	MCD
"	"	"	8	"	CF	"	CD

Auch ist bei der Abhandlung von den geometrischen Oertern aller Mauerdiken, S. 113 — 142, vergessen worden zu bemerken, daß solche, ebenso wie der folgende Anhang, aus der Feder des Hrn. Hauptmann v. Zach ist.

Seite	64	Zeile	14	für	§. 46.	zu lesen	§. 50.
"	74	"	34	"	FG	"	JG
"	83	"	10	"	X	"	⋊
"	89	"	18	"	FSHI	"	TGHI
"	91	"	12	"	Streich	"	Strich
"	93	"	2	"	FA	"	FI
"	111	"	3	"	FC	"	DC
"	"	"	"	"	FM	"	DM
"	"	"	7	"	MCF	"	MCD
"	"	"	8	"	CF	"	CD

Auch ist bei der Abhandlung von den geometrischen Oertern aller Mauerdiken, S. 113 — 142, vergessen worden zu bemerken, daß solche, ebenso wie der folgende Anhang, aus der Feder des Hrn. Hauptmann v. Zach ist.



Fabi

Fig i

A

G

D

Fig 4

A

m

r

n

o

D

Fig Fig 8

A

Tab 2

Fig 22

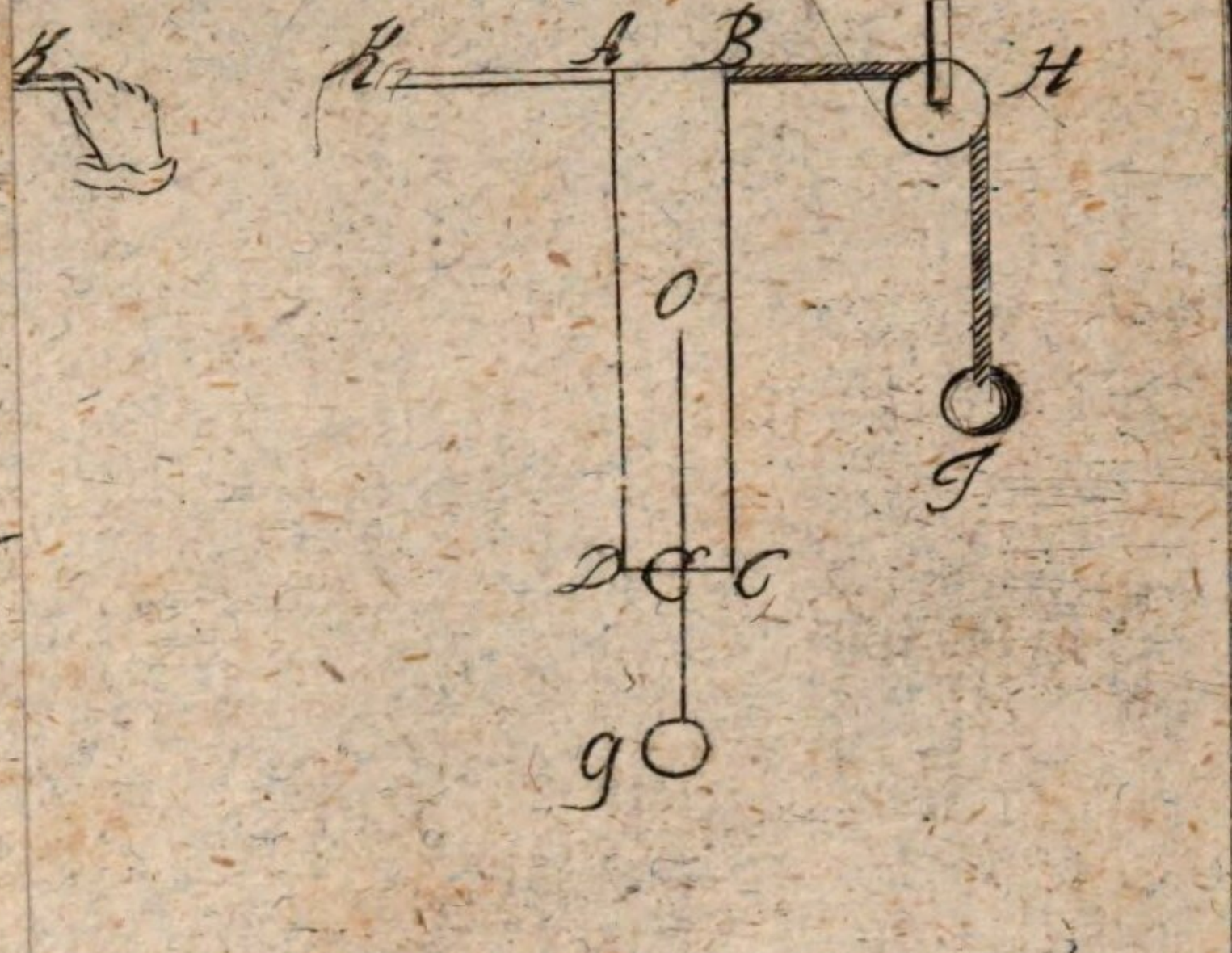


Fig 29

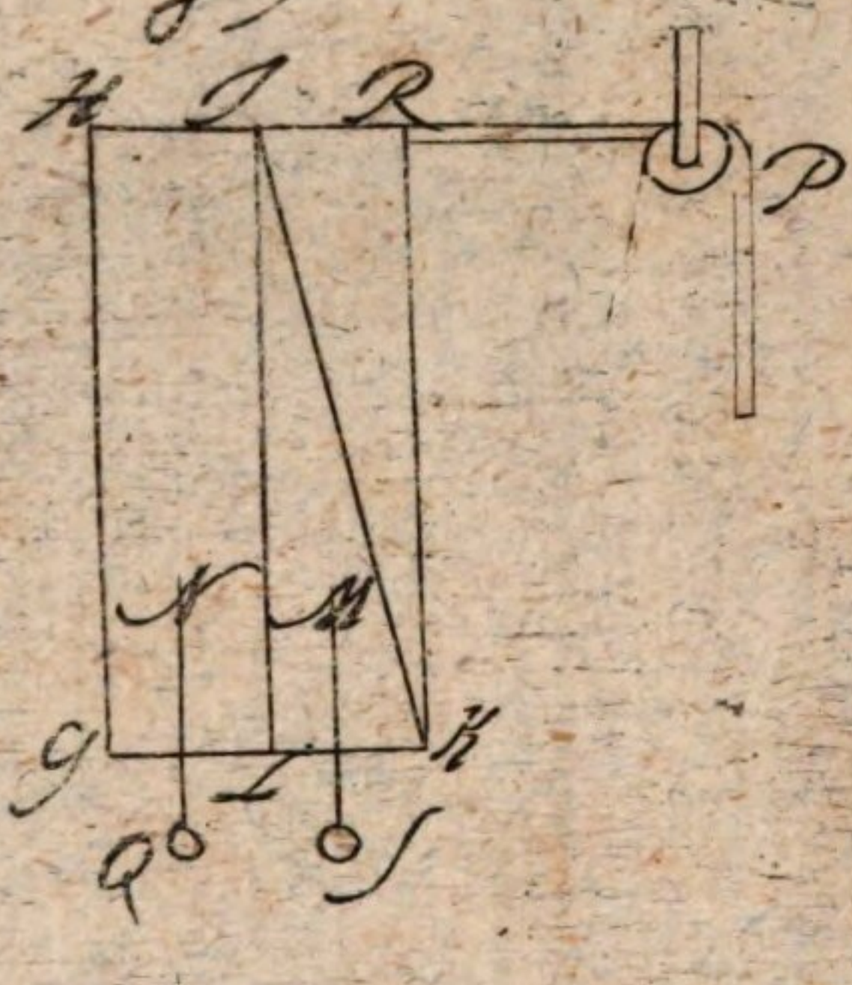
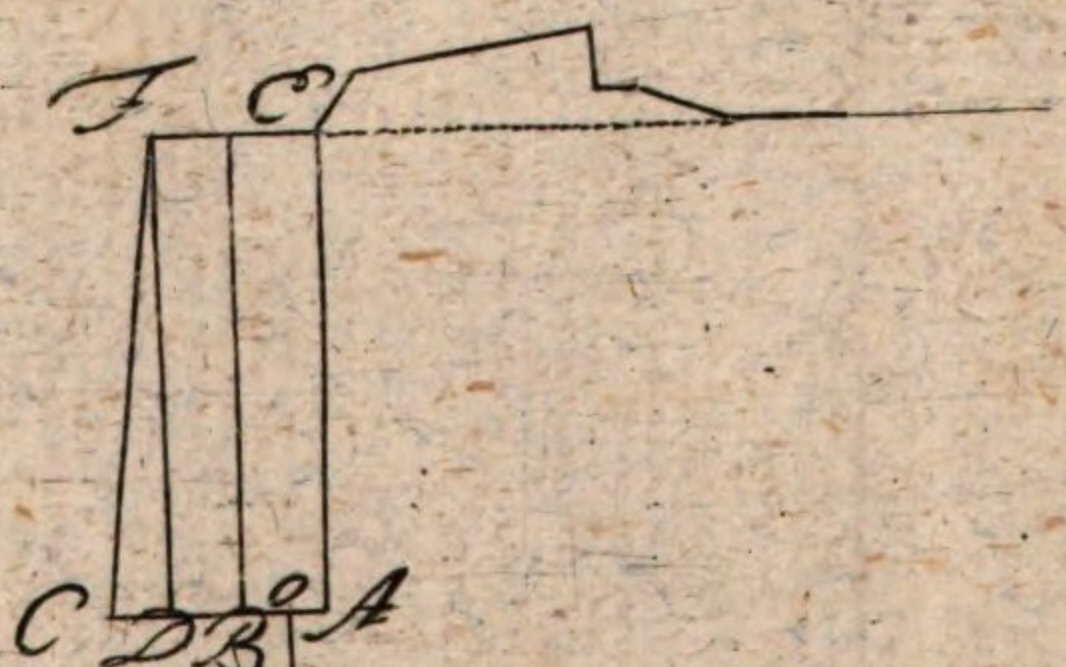


Fig 25



Tab 3

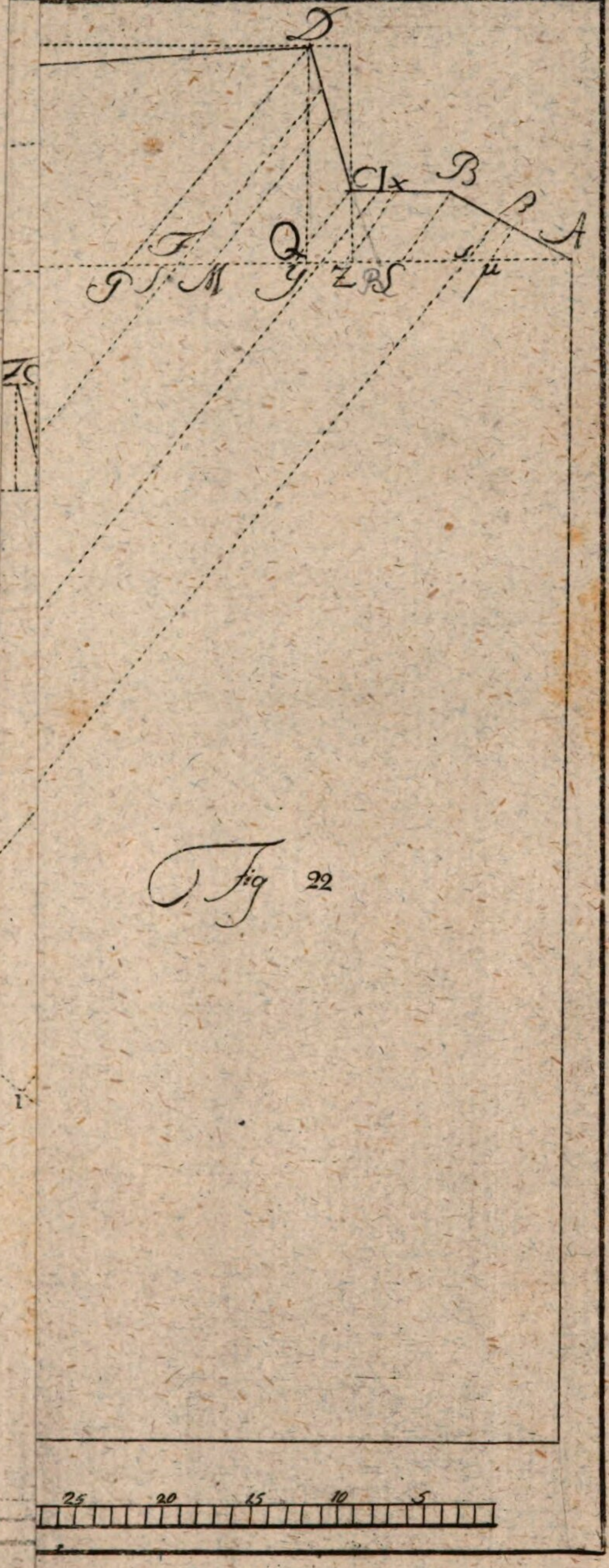


Fig 22

Tab 4

Fig 29

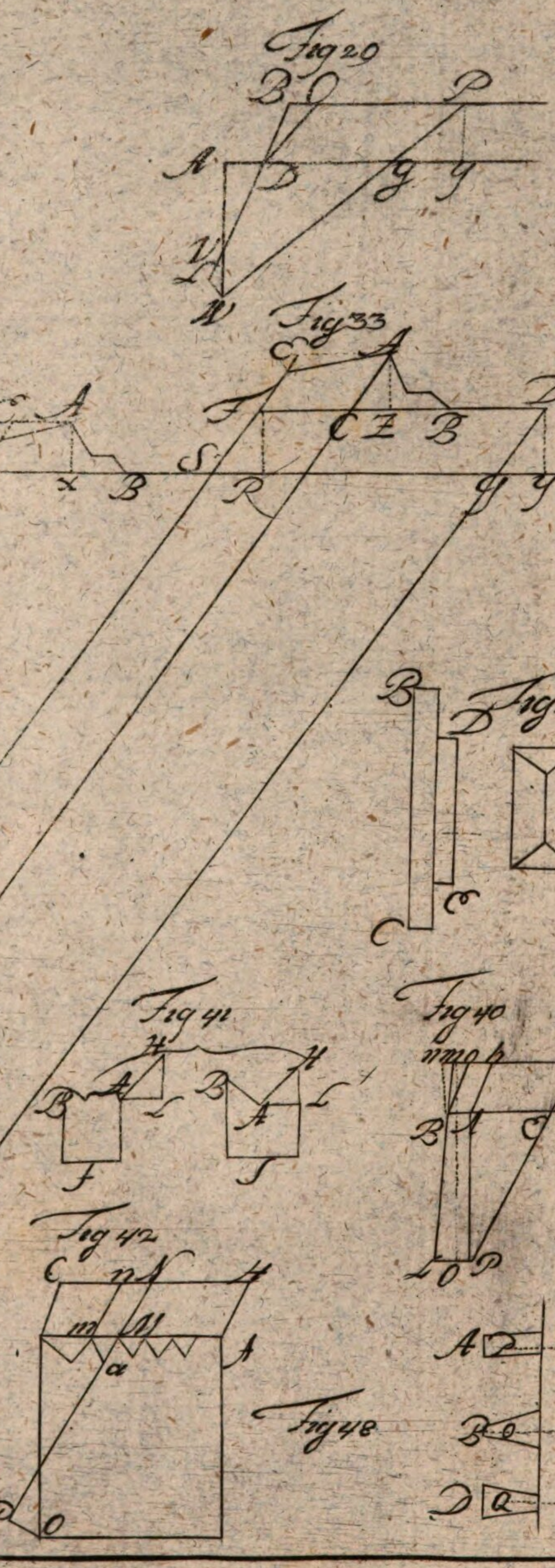


Fig 33

Fig 36

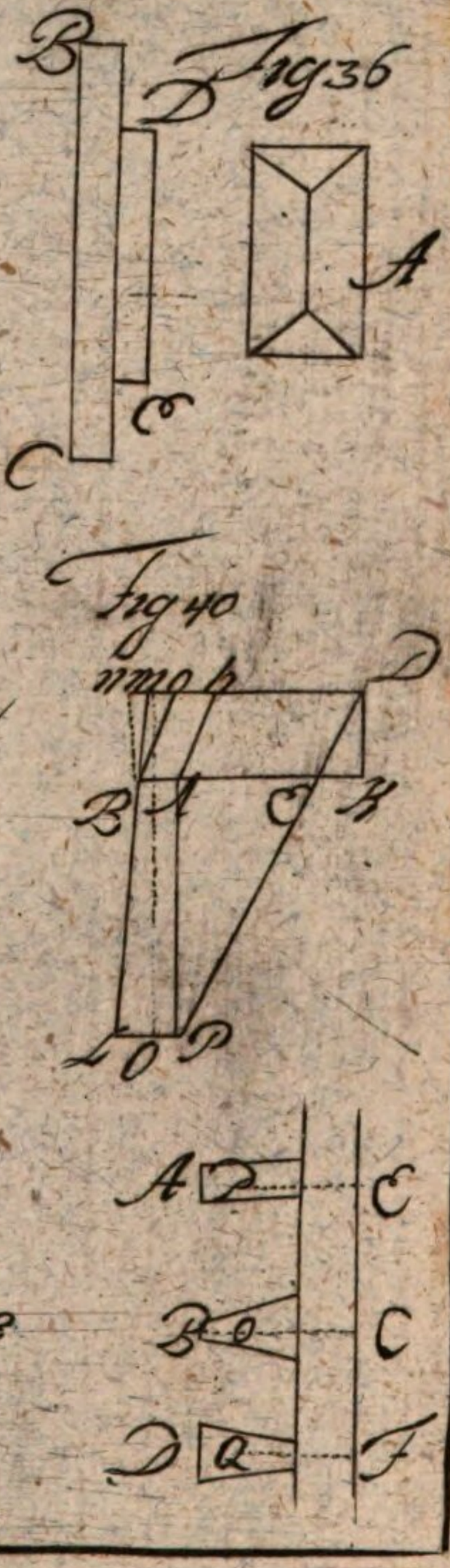


Fig 41

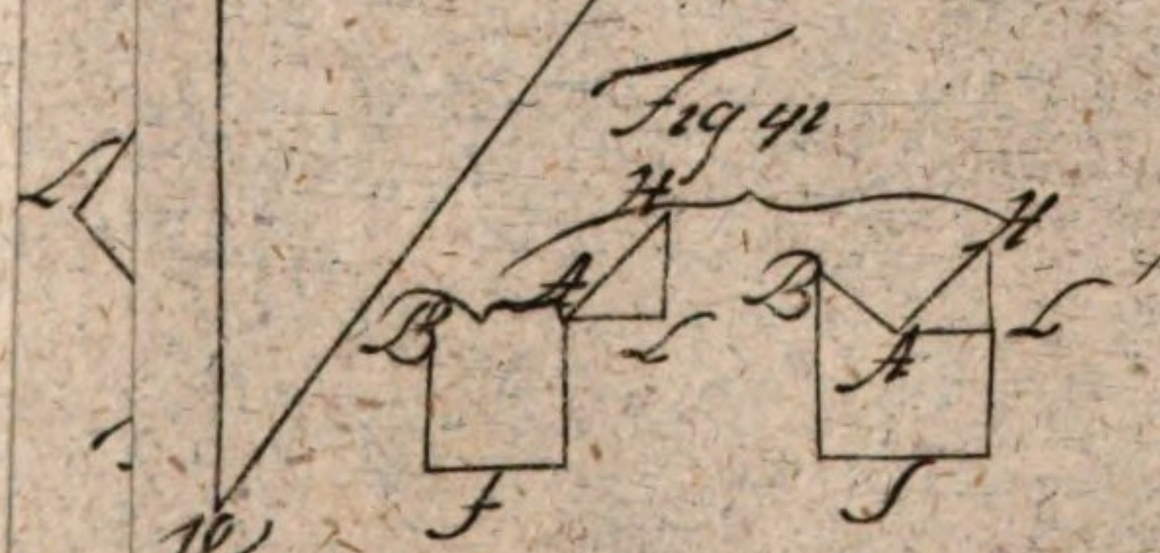


Fig 40

Fig 42

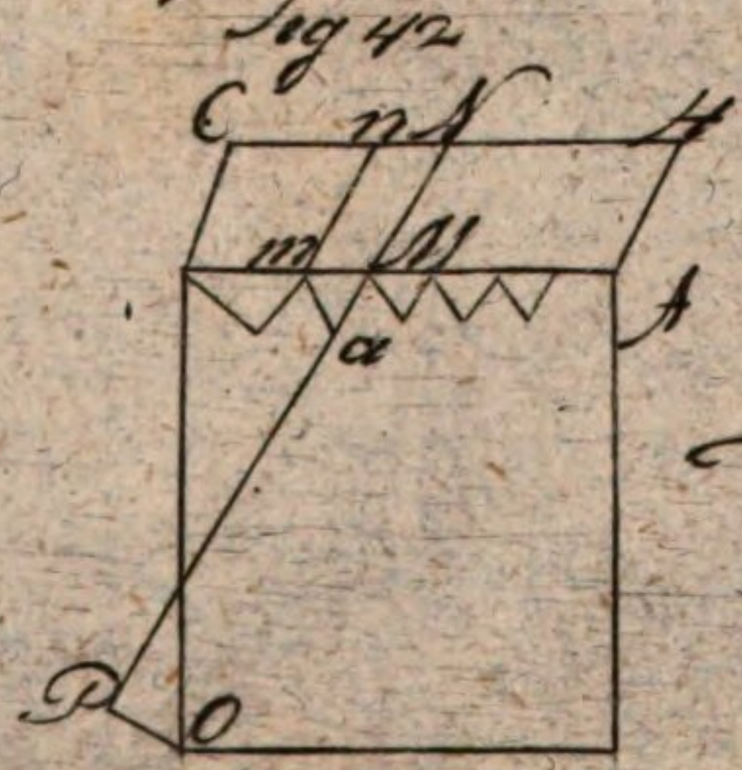


Fig 48

Fig 50

Fig 49

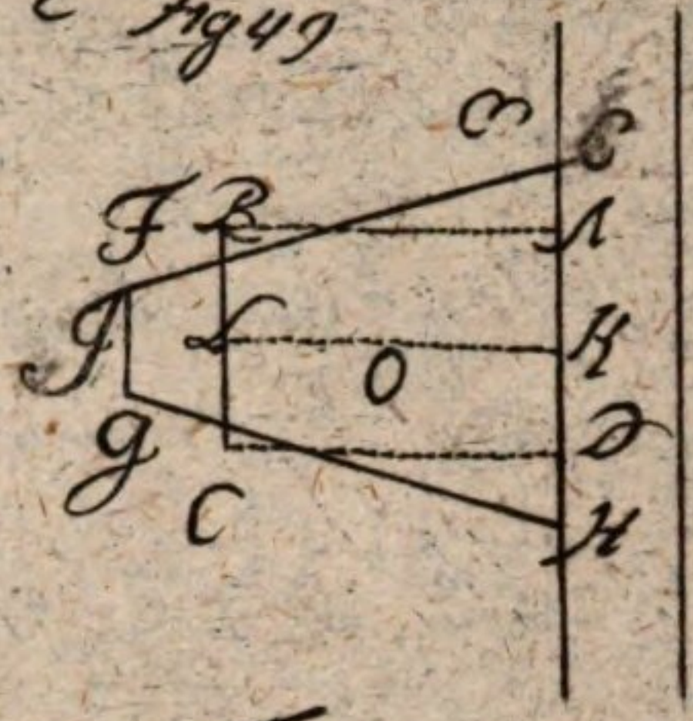


Fig 55

Fig 56

Fig 60

Fig 59

Franco de Baro: Nolo Cadet

Tab: IX

Fig: I

Tab: X

Fig III

VIII

Fig XI

Inv. Nº 1947.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Kinsky, Franz

Abhandlung vom Druk der Erde auf Futtermauern Nebst e. Anh. v. Abrollen d. Erde, vom Hrn. Hauptmann v. Zach ; Mit 10 Kupfertaf. u. 8 Tab

W. Neustadt 1788

Res/A.civ. 236 w
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10912194-6
VD18 14816539-001